

## Realistische Straßenmodellierung für die Fahrdynamiksimulation in Echtzeit

von Torsten Butz, Martin Ehmann, Oskar von Stryk, und Thieß-Magnus Wolter

### 1. Einführung

Die Entwicklung und der Test von Fahrdynamikregelsystemen im Labor stützt sich zunehmend auf Hardware- und Software-in-the-Loop Umgebungen, bei denen die entwickelten Komponenten mit Simulationsmodellen von Fahrzeug, Fahrer und Straße gekoppelt werden. Zur detailgetreuen Berechnung des Fahrzeugverhaltens ist ein Modell erforderlich, das neben der räumlichen Bewegung auch die nichtlineare Fahrwerkskinematik und die nichtlineare Reifendynamik berücksichtigt; für die dabei benötigte Komplexitätsstufe ist das Fahrdynamikprogramm *ve-DYNA* [8] auf moderner PC- und geeigneter Prüfstandshardware echtzeitfähig. Als Fahrermodell hat sich der *ve-DYNA Advanced Driver* [6] bewährt, der sich aus einer Antizipationsebene zur Berechnung von Fahrzeugsollbahn und -sollgeschwindigkeit sowie einer Stabilisierungsebene mit einem präzisen nichtlinearen Positionsregler für die Fahrzeugführung zusammensetzt. Ein Konzept für ein komplexes Trassenmodell, das in der *ve-DYNA Advanced Road* [7] realisiert ist, wird im folgenden Beitrag vorgestellt.

Die *ve-DYNA Advanced Road* ermöglicht nahezu beliebige Straßengeometrien und -bedingungen realitätsnah im Rechner abzubilden. Horizontale Straßenverläufe können synthetisch nach dem Baukastenprinzip oder durch Angabe von Raumkoordinaten definiert werden. Das Höhenprofil gestattet es, ebene Segmente und Abschnitte konstanter Steigung glatt mit stückweise kubischen Teilstücken zu verbinden. Für den Fahrbahnbelag lassen sich geometrische Oberflächenprofile, wie z. B. Bordsteine oder Schlaglöcher, ebenso definieren wie witterungsbedingte Fahrbahnverhältnisse und stochastische Rauigkeit. Große Flexibilität des Modells wird erreicht durch die Trennung der horizontalen Trassenführung (Abschnitt 2) vom vertikalen Verlauf (Abschnitt 3) und den Oberflächeneigenschaften der Fahrbahn (Abschnitt 4).

Abschließend werden zwei Anwendungen des Straßenmodells vorgestellt: Mittels Ausgleichssplinefunktionen ist es möglich, hoch aufgelöste Meßdaten von Raumkoordinaten und Neigung realer Straßenzüge hinreichend genau zu approximieren und auf ein für die Echtzeitsimulation brauchbares Format zu reduzieren. Die effiziente Abtastung zur Laufzeit gestattet ferner den Einsatz der *ve-DYNA Advanced Road* zur Berechnung näherungsweise zeitoptimaler Fahrzeugtrajektorien für vorgegebene Kurse.

## 2. Der horizontale Fahrbahnverlauf

Der horizontale Fahrbahnverlauf der *ve-DYNA Advanced Road* wird durch senkrechte Projektion der Mittellinie in die  $(x,y)$ -Ebene, d. h. durch eine zweidimensionale Kurve  $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ , festgelegt. Neben Geraden-, Kreis- und Klothoidenstücken kann diese auch stückweise polynomiale Segmente enthalten, welche Straßendefinitionen unter Angabe von Ortskoordinaten unterstützen.

**Klothoidenartige Segmente.** Reale Straßenzüge setzen sich in der Regel aus einer Kombination von Geraden-, Kreis- und Klothoidenstücken zusammen. Die Bahnkrümmung einer Klothoiden ist eine lineare Funktion

$$\kappa(s) = \kappa_i + \frac{\kappa_{i+1} - \kappa_i}{s_{i+1} - s_i} (s - s_i), \quad s \in [s_i, s_{i+1}],$$

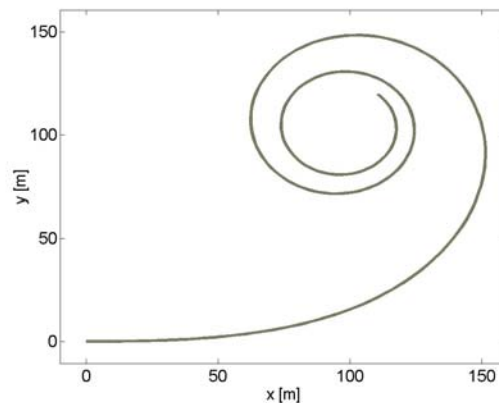
der Bogenlänge  $s$ , die die Krümmungswerte  $\kappa_i$  und  $\kappa_{i+1}$  an den Segmenträndern interpoliert. Abschnitte aus Geraden- und Kreisstücken sind Spezialfälle der Klothoiden mit  $\kappa_i = \kappa_{i+1} = 0$  bzw.  $\kappa_i = \kappa_{i+1} = 1/r$  und dem Kreisradius  $r$ . Durch elementare Integration ergeben sich der Tangentenwinkel

$$\alpha(s) = \alpha_i + \int_{s_i}^s \kappa(s) ds, \quad s \in [s_i, s_{i+1}],$$

und der Ortsvektor

$$\gamma(s) = \left( x_i + \int_{s_i}^s \cos(\alpha(s)) ds, y_i + \int_{s_i}^s \sin(\alpha(s)) ds \right), \quad s \in [s_i, s_{i+1}],$$

der Kurve. Ein Beispiel für eine Klothoide ist in Bild 1 abgebildet.



**Bild 1:** Verlauf einer Klothoiden.

Im Falle von Geraden und Kreisbögen sind die transzendenten Integrale für die Ortskoordinaten analytisch lösbar. Im allgemeinen Fall existiert jedoch keine geschlossene Darstellung für  $\gamma$ . Vielmehr muß der kartesische Bahnverlauf durch Transformation der Klothoiden auf Fresnel-Integrale und numerische Quadratur gemäß [2] ermittelt werden. Bei zweckmäßiger Zerlegung der Klothoidenbögen gestattet jedoch auch die Gaußsche Integrationsmethode (z. B. [5]) oder eine geeignete Näherung, beispielsweise mittels kubischer Hermite-Polynome, die effiziente Auswertung der Kurvenkoordinaten zur Laufzeit [9].

**Splineartige Segmente.** Die Verwendung von Geraden-, Kreis- und Klothoidenstücken ist für den Benutzer mitunter wenig intuitiv, da sich die Raumkoordinaten der Segmente nur durch numerische Quadratur ermitteln lassen und zudem von der Konfiguration der vorhergehenden Abschnitte abhängen. Umgekehrt ist es nur in Ausnahmefällen möglich, zu vorgegebenen Raumkoordinaten die entsprechenden Klothoidenparameter zu finden. Die *ve-DYNA Advanced Road* unterstützt daher auch Segmenttypen aus kubischen Hermite-Polynomen und kubischen Splinefunktionen, mit denen der Straßenverlauf durch direkte Angabe von Ortskoordinaten definiert werden kann.

Zur Verwendung von Hermite-Polynomen dritten Grades werden die Koordinatenvektoren  $\gamma(s_i) = (x_i, y_i)$ ,  $\gamma(s_{i+1}) = (x_{i+1}, y_{i+1})$  und die Tangentenvektoren  $\gamma'(s_i) = (x'_i, y'_i)$ ,  $\gamma'(s_{i+1}) = (x'_{i+1}, y'_{i+1})$  an beiden Segmentenden benötigt. Durch Linearkombination mit den Basisfunktionen

$$\begin{aligned} \Phi_1(\tau) &= 2\tau^3 - 3\tau^2 + 1, & \Phi_2(\tau) &= -2\tau^3 + 3\tau^2, \\ \Phi_3(\tau) &= \tau^3 - 2\tau^2 + \tau, & \Phi_4(\tau) &= \tau^3 - \tau^2, & \tau &= \frac{s - s_i}{s_{i+1} - s_i}, \end{aligned}$$

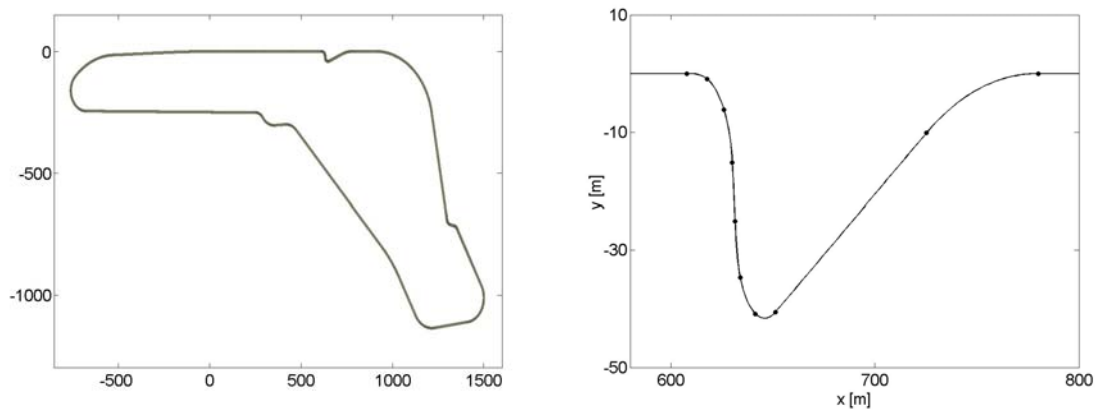
ergeben sich daraus die eindeutigen Approximationen

$$\begin{aligned} x(s) &= x_i \Phi_1(\tau) + x_{i+1} \Phi_2(\tau) + x'_i \Delta s \Phi_3(\tau) + x'_{i+1} \Delta s \Phi_4(\tau) \\ y(s) &= y_i \Phi_1(\tau) + y_{i+1} \Phi_2(\tau) + y'_i \Delta s \Phi_3(\tau) + y'_{i+1} \Delta s \Phi_4(\tau) \end{aligned}$$

für die räumlichen Koordinaten der algebraischen Kurve.

Sofern nicht an allen Segmentgrenzen der Straßendefinition der Wert des Tangentenvektors bekannt ist, ist es zweckmäßig, aufeinanderfolgende Segmente ohne Tangenteninformationen zusammenzufassen und kubische Splinefunktionen für den gesamten Träger zu berechnen. In diesem Fall müssen lediglich an den Rändern des Vereinigungsintervalls sinnvolle (z. B. periodische) Randbedingungen [5] vorgegeben werden.

Beide Arten von stückweise polynomialen Segmenten lassen sich beliebig mit klothoidenartigen Abschnitten kombinieren und liefern stetig differenzierbare Kurven, die zur Laufzeit effizient ausgewertet werden können. Bild 2 zeigt das horizontale Layout der Straßendefinition für den Formel 1 Kurs in Monza [4]. Im rechten Ausschnitt sind für die Schikane Variante del Rettifilo die Knoten der Unterteilung in klothoiden- und splineartige Segmente dargestellt.



**Bild 2:** Horizontales Straßenlayout für den Formel 1 Kurs in Monza (links) und ein Ausschnitt für die Schikane Variante del Rettifilo (rechts).

### 3. Das Höhenprofil

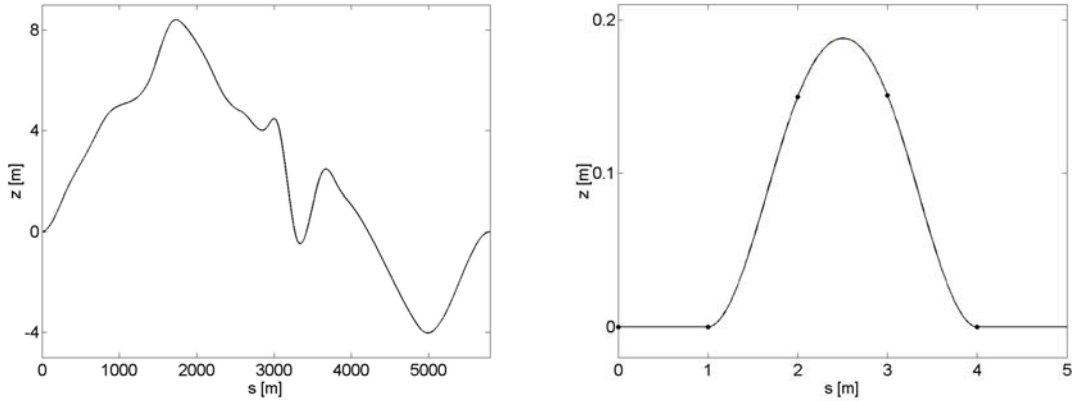
Zur Beschreibung des vertikalen Straßenverlaufs wird zu der ebenen Kurve  $\gamma(s)$  ein stückweise polynomiales Höhenprofil  $z(s)$  definiert, dessen Segmenteinteilung nicht notwendig mit der Diskretisierung des horizontalen Verlaufs übereinstimmen muß. Im einfachsten Fall wird die Fahrbahnhöhe als stückweise lineare Funktion

$$z(s) = z_i + \frac{z_{i+1} - z_i}{s_{i+1} - s_i} (s - s_i), \quad s \in [s_i, s_{i+1}],$$

der Werte  $z_i$  und  $z_{i+1}$  am Anfang und Ende eines Segments vorgegeben [9]. Im Unterschied zu (den meisten) realen Straßen treten dabei an den Intervallgrenzen jedoch Knicke, d. h. Unstetigkeiten in der ersten Ableitung  $z'(s)$ , auf.

Die *ve-DYNA Advanced Road* gestattet es daher, alternativ stückweise kubische Splinefunktionen zu verwenden, mit denen sich ebene Segmente und Abschnitte konstanter Steigung ebenso abbilden lassen wie gewölbte Teilstücke. Im wesentlichen werden dazu die Stützstellen des Höhenprofils zu einem einzigen Intervall zusammengefaßt und eine interpolierende Splinefunktion für den gesamten Träger berechnet. Bei Teilstücken mit konstanter Steigung oder Steigung 0 wird die kubische Approximation durch Geradenstücke unterbrochen. Die Geradensteigungen werden als Randbedingungen an die ersten Ableitungen der angrenzenden kubischen Splinebögen verwendet, was differenzierbare Übergänge zwischen den unterschiedlichen Polynomsegmenten sicherstellt.

In Bild 3 sind Höhenprofile für den Formel 1 Kurs in Monza [4] und eine einfache Bodenwelle dargestellt; dabei ist der glatte Übergang zwischen linearen und kubischen Segmenten zu erkennen.



**Bild 3:** Höhenprofil für den Formel 1 Kurs in Monza (links) und eine Bodenwelle (rechts).

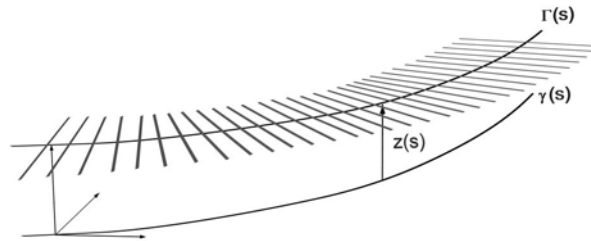
Durch punktweise Addition des Höhenprofils  $z(s)$  zur ebenen Kurve  $\gamma(s)$  aus Abschnitt 2 ergibt sich die dreidimensionale Kurve

$$\Gamma(s) = (\gamma(s), 0) + (0, z(s)) = (x(s), y(s), z(s))$$

die die Mittellinie der Fahrbahn festlegt. Senkrecht zu dieser Leitkurve wird eine Schar erzeugender Geraden für die Fahrbahnoberfläche angefügt. Ihre Querneigung  $d(s)$ , d. h. der Zwischenwinkel mit der  $(x,y)$ -Koordinatenebene, ist ebenfalls eine lineare Funktion

$$d(s) = d_i + \frac{d_{i+1} - d_i}{s_{i+1} - s_i} (s - s_i), \quad s \in [s_i, s_{i+1}],$$

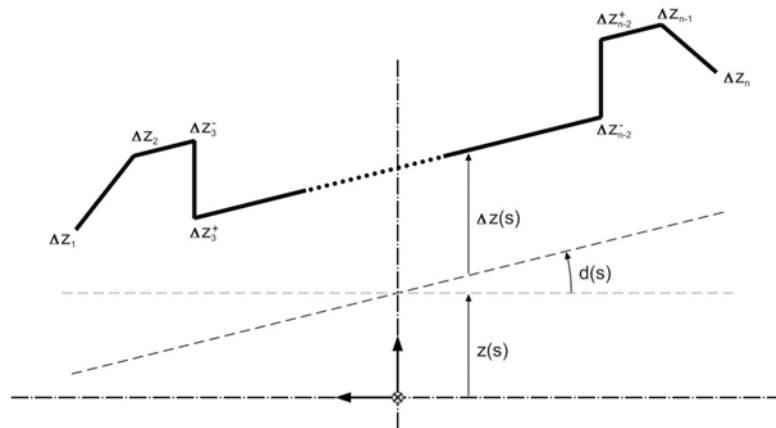
der Neigungswerte  $d_i$  und  $d_{i+1}$  an den Segmenträndern. Für den Fahrbahnverlauf ergibt sich somit eine stetig differenzierbare Fläche (Bild 4).



**Bild 4:** Erzeugende Geraden für die Straßenoberfläche.

## 4. Fahrbahn- und Oberflächeneigenschaften

Zur Vervollständigung des Modells ist die Angabe von Trasseneigenschaften, wie Fahrbahnbreite oder -qualität, und Straßenverhältnissen, wie Oberflächen- oder Witterungsbedingungen, möglich. Dazu wird die glatte Fläche aus erzeugenden Geraden additiv mit einem stückweise linearen Querprofil  $\Delta z$  überlagert (Bild 5).



**Bild 5:** Transversales Oberflächenprofil.

Für jedes Segment der Straße läßt sich die Fahrbahnoberfläche so in bis zu  $n = 10$  Streifen einteilen. Für jeden einzelnen Streifen können flexibel Witterungseinflüsse, wie trockener, nasser oder eisiger Fahrbahnbelag, und eine zusätzliche Reibwertskalierung definiert werden. Zudem ist es möglich durch Variation der stochastischen Rauigkeit zwischen Straßenoberflächen unterschiedlicher Qualität, wie beispielsweise auf Autobahnen, Landstraßen oder Feldwegen, zu differenzieren. Die Straßenbreite  $b$  ergibt sich durch Addition der Streifenbreiten.

Größere Unregelmäßigkeiten im Fahrbahnbelag, wie Schlaglöcher oder Straßenbahnschienen, lassen sich durch geeignete Wahl der Stützwerte des Querprofils nahezu beliebig genau abbilden [9]. Der Beitrag des Oberflächenprofils an einem Punkt  $q \in [-b/2, b/2]$  zwischen dem linken und rechten Fahrbahnrand wird durch bilineare Interpolation zwischen den Profilhöhen an den vier Ecken des jeweiligen Streifens berechnet. Im Fall unterschiedlicher Streifenbreiten am Anfang und Ende des Segments können die Straßenbreite  $b = b(s)$  und die Streifenränder  $q_j = q_j(s)$ ,  $q_{j+1} = q_{j+1}(s)$  als lineare Funktionen der Segmentlänge behandelt werden.

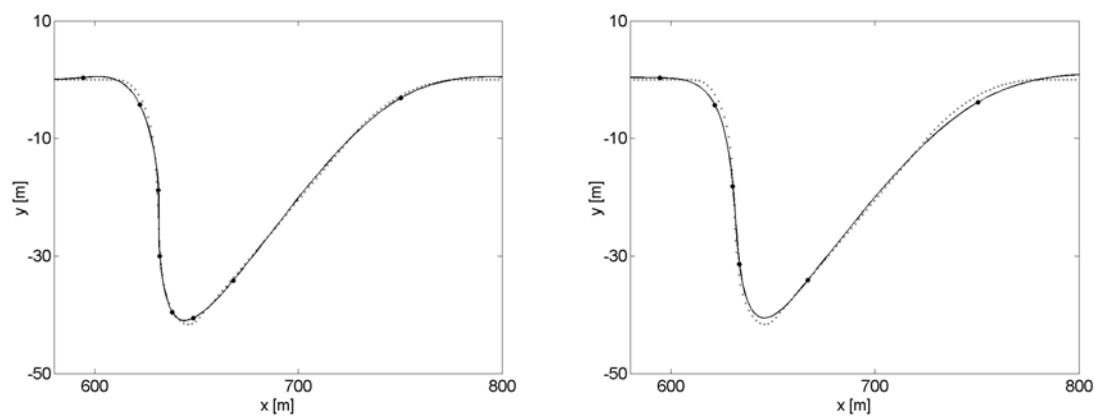
## 5. Approximation von Vermessungsdaten

Die Modellierung realer Straßenzüge stützt sich üblicherweise auf eine Vermessung des Kurses, die Meßvektoren für die Ortskoordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und ggf. die Straßenneigung  $d$  liefert. Bei Verwendung von stückweise polynomialen Segmenten können diese Daten direkt zur Definition der horizontalen und vertikalen Straßenbeschreibung eingesetzt werden. Bei sehr enger Abtastung insbesondere von längeren Kursen übersteigt die Datenmenge jedoch leicht die Auflösung, die für die Straßenmodellierung benötigt wird oder von der Simulationsumgebung bewältigt werden kann. Um die Daten auf einen für die Simulation zweckmäßigen Umfang zu reduzieren und etwaige Meßungenauigkeiten zu eliminieren, bieten sich Ausgleichssplinefunktionen [3] an, welche dem Benutzer eine Abstimmung zwischen hoher Approximationsgüte und glattem Kurvenverlauf gestatten.

Die grundlegende Strategie zur Berechnung einer Ausgleichsfunktion besteht darin, zu einer Menge von vorgegebenen Datenpunkten eine Approximation aus B-Splines zu finden, die mit möglichst wenigen Knoten auskommt. Dabei darf die Abweichung zwischen Näherungsfunktion und Datenpunkten eine vorgegebene Schranke nicht überschreiten [3].

Eine Implementierung von Ausgleichsroutinen findet sich im Paket DIERCKX der Software-Bibliothek Netlib [1]. Zur Approximation der räumlichen Straßenkoordinaten verwenden wir Splinefunktionen vom Grad 3, aus denen sich direkt die Parameter ergeben, die zur polynomialen Straßenbeschreibung in der *ve-DYNA Advanced Road* benötigt werden. Die Straßenneigung wird mittels linearer B-Splines approximiert. Mit den eingesetzten Routinen können auch multivariate Kurven mit identischen Splineknoten (beispielsweise für die horizontalen Straßenkoordinaten) bestimmt werden.

Eine Anwendung des Ausgleichsverfahrens zeigt Bild 6. Alternativ zu der in Bild 2 dargestellten Modellierung der Variante del Rettifilo in Monza mit insgesamt neun Klothoiden- und Splinesegmenten (gepunktet) sind darin Approximationen mit sieben (Bild 6 links) bzw. fünf (Bild 6 rechts) Splinebögen abgebildet. Die geringere Genauigkeit der Näherungsfunktion mit zunehmender Glattheit, d. h. verringerter Anzahl von Splineknoten, ist zu erkennen.



**Bild 6:** Ausgleichssplinefunktionen unterschiedlicher Approximationsgüte für die Variante del Rettifilo in Monza.

## 6. Rundenzeitoptimierung

Neben der echtzeitfähigen Fahrdynamiksimulation ist die schnelle Auswertung des Straßenmodells auch für andere Anwendungen von Bedeutung. Ein Beispiel ist die Bestimmung näherungsweise zeitoptimaler Bahntrajektorien eines Rennfahrzeugs für vorgegebene Rennkurse mittels numerischer Optimierung [10].

Zur Berechnung der Rundenzeit wird die Fahrzeugbahn als Funktion  $q(s)$  dargestellt, die die Querabweichung des Fahrzeugs von der Straßenmitte angibt und die durch diskrete Stützpunkte  $q(s_i) = q_i$ ,  $i = 1, \dots, n_q$ , festgelegt ist. Durch punktweise Abtastung der Straßendefinition werden die zugehörigen Raumkoordinaten  $(x(s_i), y(s_i))$  ermittelt und mittels kubischer Splinefunktionen interpoliert. Aus der Krümmung der Splinedarstellung wird ein Geschwindigkeitsprofil  $v(s)$  abgeleitet, mit dem der Wert der benötigten Rundenzeit näherungsweise bestimmt werden kann. Den Fahrdynamikberechnungen wird dabei ein quasi-stationäres Fahrzeugmodell zugrundegelegt.

Ziel der Raceline Optimierung ist es, die Stützpunkte  $(s_i, q_i)$  aus der Diskretisierung von  $q(s)$  geeignet anzupassen, so daß sich ein minimaler Wert für die berechnete Rundenzeit ergibt. Im Hinblick auf den Rechenzeitbedarf für die Optimierung ist es dabei unabdingbar, die Anzahl der freien Parameter auf eine begrenzte Zahl von charakteristischen Punkten des Kurses zu reduzieren, während die Auswertungen von Krümmungs- und Geschwindigkeitsprofil sowie die Berechnung der Rundenzeit auf einem wesentlich feineren Gitter stattfinden. Dabei ist die effiziente Implementierung des Straßenmodells grundlegende Voraussetzung für die Durchführbarkeit der Optimierung.

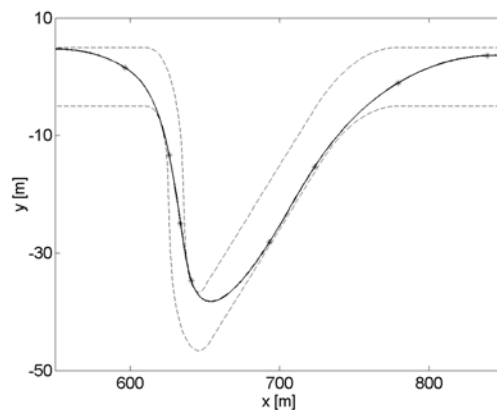


Bild 7. Näherungsweise zeitoptimale Raceline für die Variante del Rettifilo in Monza.

Für den 5,792 km langen Formel 1 Kurs in Monza [4] wurde eine näherungsweise zeitoptimale Raceline berechnet. Zur Diskretisierung der Fahrzeugtrajektorie wurden  $n_q = 56$  Stützpunkte benutzt. Ein Ausschnitt der Lösung für die Variante del Rettifilo ist in Bild 7 abgebildet. Für weitere Ergebnisse wird auf [10] verwiesen.

## Literaturhinweise

- [1] S. Betts et al.: *The Netlib*, World Wide Web, <http://www.netlib.org>, 1985 – 2003.
- [2] R. Bulirsch: *Numerical Calculation of Elliptic Integrals and Elliptic Functions I, II, III*, Handbook Series Special Functions, Numerische Mathematik, Vol. 7, 1965, S. 78-90; Vol. 7, 1965, S. 353-354; Vol. 13, 1969, S. 305-315.
- [3] P. Dierckx: *Curve and Surface Fitting with Splines*, Clarendon Press, Oxford, New York, Toronto, 1993.
- [4] N. N.: *Autodromo Nazionale Monza*, World Wide Web, <http://www.monzanet.it>, 2003.
- [5] J. Stoer: *Numerische Mathematik I*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 8. Auflage, 1999.
- [6] TESIS DYNAware: *ve-DYNA Driver Manual*, 2003
- [7] TESIS DYNAware: *ve-DYNA Road Manual*, 2003
- [8] TESIS DYNAware: *ve-DYNA User Manual*, 2003
- [9] M. Vögel: *Fahrbahnmodellierung und Kursregelung für ein echtzeitfähiges Fahrdynamikprogramm*, Diplomarbeit, Zentrum Mathematik, Technische Universität München, 1997.
- [10] T.-M. Wolter et al.: *Advances in Raceline Optimization*. In Vorbereitung.