Kapitel 9

Zusammenfassung

Ein neues und effektives Verfahren zur Lösung optimaler Steuerungsprobleme unter Berücksichtigung von Beschränkungen der Zustands- und Steuervariablen ist entwickelt und implementiert worden. Das Verfahren beruht auf Diskretisierungen der Steuer- und Zustandsvariablen, mit denen die Steuerungsprobleme auf Optimierungsprobleme in endlich-dimensionalen Räumen zurückgeführt werden.

Die neue Methode ist sehr einfach zu handhaben: Es sind außer den die Problemstellung beschreibenden Funktionen keine weiteren Informationen wie partielle Ableitungen oder adjungierte Differentialgleichungen vom Benutzer bereitzustellen. Eine Berechnung der optimalen Steuerung nach dem Minimumprinzip ist nicht erforderlich. Außerdem ist das Verfahren robust und weist gute Konvergenzeigenschaften auf. Es ermöglicht die Berechnung zuverlässiger Näherungswerte für die adjungierten Variablen und für die oft komplizierten Schaltstrukturen beim Vorliegen von Beschränkungen der Steuer- und Zustandsveränderlichen. Die Methode liefert vorzügliche Ausgangswerte für eine weitere Behandlung durch das Mehrzielverfahren.

Am Beispiel der optimalen Steuerung einer Boeing 727 durch Fallwinde wurde dargestellt, daß der rechenintensive Aufwand für die Aufstellung von Homotopieketten beim Mehrzielverfahren mit Hilfe der neuen Methode erheblich reduziert wird. Die Effizienz des Verfahrens wurde auch an der zeit- und energieminimalen Optimierung der Bahnen von Greifern an Industrierobotern demonstriert. Zudem wurde gezeigt, daß optimale Roboterbahnen, wie sie mit der neuen Methode berechnet werden, direkt in die Praxis umgesetzt werden können.

Literaturverzeichnis

[1] Alt, W.; K. Malanowski: *The Lagrange-Newton method for nonlinear optimal control problems.* Computational Optimization and Applications **2** (1993) 77-100.

[2] Andreeva, E.: *Optimal control for systems described by discontinuous differential equations with delay.* Vortrag am 6.3.1991, Mathematisches Institut, Techn. Univ. München.

[3] Anzill, W.; F. Kärtner: *Private Mitteilung.* (1991).

[4] Anzill, W.; O. von Stryk; R. Schöbel; V. Güngerich; R. Bulirsch; P. Russer: *Optimal design of oscillators with minimal near carrier phase noise.* Zur Veröffentlichung eingereicht.

[5] Anzill, W.; O. von Stryk; R. Bulirsch; P. Russer: *Minimum phase noise design of oscillators.* In Vorbereitung.

[6] Ascher, U.; J. Christiansen; R. D. Russell: *A collocation solver for mixed order systems of boundary value problems.* Math. Comp. **33**, 146 (1979) 659-679.

[7] Ascher, U. M.; R. M. M. Mattheij; R. D. Russell: *Numerical Solution of Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations.* (Prentice Hall, 1988).

[8] Bader, G.; U. Ascher: *A new basis implementation for a mixed order boundary value ODE solver.* SIAM J. Scient. Stat. Comp. **8** (1987) 483-500.

[9] Betts, J. T.; W. P. Huffman: *Application of sparse nonlinear programming to trajectory optimization.* AIAA J. Guidance, Control, and Dynamics **15**, 1 (1992) 198-206.

[10] Betts, J. T.; W. P. Huffman: *Path constrained trajectory optimization using sparse sequential quadratic programming.* AIAA J. Guidance, Control, and Dynamics **16**, 1 (1993) 59-68.

[11] Betts, J. T.: *Private Mitteilung.* (September 1993).

[12] Betts, J. T.: *Issues in the direct transcription of optimal control problems to sparse nonlinear programs.* In [25] (1994) 3-17.

[13] Bock, H. G.; K. J. Plitt: *A multiple shooting algorithm for direct solution of optimal control problems.* IFAC 9th World Congress, Budapest, Hungary, July 2-6 (1984) 242-247.

[14] de Boor, C.: *Good approximations by splines with variable knots II.* in Lec. Notes in Math. **363**: *Conference on the Numerical Solution of Differential Equations, Dundee 1973*, ed. by G. A. Watson (Springer, 1974) 12-20.

[15] de Boor, C.; B. Swartz: *Collocation at Gaussian points.* SIAM J. Numer. Anal. **10**, 4 (1973) 582-606.

[16] Brandl, H.; R. Johanni; M. Otter: *A very efficient algorithm for the simulation of robots and similar multibody systems without inversion of the mass matrix.* IFAC/IFIP/IMACS Intern. Symposium on Theory of Robots, Vienna, Austria (Dec. 3-5 1986).

[17] Breakwell, J. V.: *The optimization of trajectories.* SIAM J. Appl. Math. **7** (1959) 215-247.

[18] Breitner, M. H.: *Construction of the optimal feedback controller for constrained optimal control problems with unknown disturbances.* In [25] (1994) 147-162.

[19] Breitner, M. H., B. Koslik, O. von Stryk, H. J. Pesch: *Optimal Control of investment, level of employment and stockkeeping.* In: A. Bachem, U. Derigs, M. Jünger, R. Schrader (eds.): *Operations Research '93* (Heidelberg: Physica Verlag, 1994) 60-63.

[20] Breitner, M. H., B. Koslik, O. von Stryk, H. J. Pesch: *Iterative design of economic models via simulation, optimization and modeling.* In: Proc. 1st MathMod (IMACS Symposium on Mathematical Modelling), Vol. 5, Feb. 2-4, Vienna (1994) 816-819.

[21] Breitner, M. H.; H. J. Pesch; W. Grimm: *Complex differential games of pursuit-evasion type with state constraints. Part 1: Necessary conditions for optimal open-loop strategies, Part 2: Numerical computation of optimal open-loop strategies.* J. of Optimization Theory and Applications **78**, 3 (1993) 419-441, 443-463.

[22] Bryson, A. E.; W. F. Denham; S. E. Dreyfus: *Optimal programming problems with inequality constraints. I: Necessary conditions for extremal solutions.* AIAA J. **1**, 11 (1963) 2544-2550.

[23] Bryson, A. E.; Y.-C. Ho: *Applied Optimal Control.* Rev. Printing. (Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1975).

[24] Bulirsch, R.: *Die Mehrzielmethode zur numerischen Lösung von nichtlinearen Randwertproblemen und Aufgaben der optimalen Steuerung.* DLR, Oberpfaffenhofen, Germany, Report of the Carl-Cranz-Gesellschaft (1971).
Nachdruck: Mathematisches Institut, Technische Universität München (1985, 1993).

[25] Bulirsch, R.; D. Kraft (eds.): *Computational Optimal Control.* International Series of Numerical Mathematics **115** (Basel: Birkhäuser, 1994).

[26] Bulirsch, R.; A. Miele; J. Stoer; K. H. Well (eds.): *Optimal Control — Calculus of Variations, Optimal Control Theory and Numerical Methods.* International Series of Numerical Mathematics **111** (Basel: Birkhäuser, 1993).

[27] Bulirsch, R.; F. Montrone; H. J. Pesch:
Abort landing in the presence of windshear as a minimax optimal control problem.
Part 1: Necessary conditions. J. of Optimization Theory and Applications **70** (1991) 1-23.
Part 2: Multiple shooting and homotopy. J. of Optimization Theory and Applications **70** (1991) 223-254.

[28] Bulirsch, R.; E. Nerz; H. J. Pesch; O. von Stryk: *Combining direct and indirect methods in optimal control: Range maximization of a hang glider.* In [26] (1993) 273-288.

[29] Callies, R.: *Optimal design of a mission to Neptune.* In [26] (1993) 341-349.

[30] Char, B. W.; K. O. Geddes; G. H. Gonnet; B. L. Leong; M. B. Monagan; S. M. Watt: *Maple V, language reference manual.* (New York/Berlin/Heidelberg: Springer, 1991).

[31] Chen, Y.-C.: *Solving robot trajectory planning problems with uniform cubic B-splines.* Opt. Contr. Appl. and Meth. **12** (1991) 247-262.

[32] Chernousko, F. L.; L. D. Akulenko; N. N. Bolotnik: *Time-optimal control for robotic manipulators.* Opt. Contr. Appl. and Meth. **10** (1989) 293-311.

[33] Chernousko, F. L.; A. A. Lyubushin: *Method of successive approximations for optimal control problems (survey paper).* Opt. Contr. Appl. and Meth. **3** (1982) 101-114.

[34] Chudej, K.: *Optimale Steuerung und Stufung eines zweistufigen Raumtransporters.* Z. f. angew. Math. Mech. (ZAMM) **71**, 6 (1991) T700-T703.

[35] Chudej, K.: *Optimal ascent of a hypersonic space vehicle.* In [26] (1993) 317-326.

[36] Chudej, K.; R. Bulirsch: *Numerical solution of a simultaneous staging and trajectory optimization problem of a hypersonic space vehicle.* In: AIAA/DGLR 5th Int. Aerospace Planes and Hypersonics Technologies Conference, München (Dec. 3-5, 1993) AIAA Paper 93-5130.

[37] Collatz, L.; W. Wetterling: *Optimierungsaufgaben.* Heidelberger Taschenbücher 15 (Springer, 1966).

[38] Cuesta Sainz de la Torre, L. E.: *On convergence of discrete approximations to constrained optimal control problems.* Dissertation, Faculty of Mathematics and Natural Sciences of the Scientific Council of the Humboldt University of Berlin, Berlin (1991).

[39] Cuthrell, J. E.; L. T. Biegler: *On the optimization of differential-algebraic process systems.* AIChE J. **33**, 8 (1987) 1257-1270.

[40] Deuflhard, P.: *A modified Newton method for the solution of ill-conditioned systems of nonlinear equations with application to multiple shooting.* Numer. Math. **22** (1974) 289-315.

[41] Dickmanns, E. D.: *Kollozierte Hermite-Approximation dritter und fünfter Ordnung mit automatischer Gitteranpassung zur Lösung von Randwertproblemen der optimalen Steuerungen.* Report LRT/WE13a/FB79-1, Hochschule der Bundeswehr, München (1980).

[42] Dickmanns, E. D.; K. H. Well: *Approximate solution of optimal control problems using third order hermite polynomial functions.* Lec. Notes in Comp. Sc. **27** (Springer, 1975) 158-166.

[43] Enright, P. J.; B. A. Conway: *Discrete approximations to optimal trajectories using direct transcription and nonlinear programming.* AIAA Paper 90-2963-CP (1990).

[44] Euler, L.: *Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minimive Proprietate Gaudentes sive Solutio Problematis Isoperimetrici Latissimo Sensu Accepti.* (Lausanne, Genf, 1744). In: *Leonhardi Euleri Opera Omnia.* 72 vols. (Bern, 1911-1975). Series I, *Opera Mathematica.* Vol. XXIV, ed. by C. Carathéodory (Bern, 1952).

[45] Fletcher, R.: *Practical Methods of Optimization.* 2nd ed. (Wiley, 1987).

[46] Geering, H. P.; L. Guzzella; S. A. R. Hepner; C. H. Onder: *Time-optimal motions of robots in assembly tasks.* IEEE Transactions on Automatic Control **31**, 6 (1986) 512-518.

[47] Gill, P. E.; W. Murray; M. A. Saunders: *Large-scale SQP methods and their application in trajectory optimization.* In [25] (1994) 29-42.

[48] Gill, P. E.; W. Murray; M. A. Saunders; M. H. Wright: *Computing forward-difference intervals for numerical optimization.* SIAM J. Sci. Stat. Comput. **4**, 2 (1983) 310-321.

[49] Gill, P. E.; W. Murray; M. H. Wright: *Practical Optimization.* (Academic Press, 1981).

[50] Gill, P. E.; W. Murray; M. A. Saunders; M. H. Wright: *Sequential quadratic programming methods for nonlinear programming.* In NATO ASI Series, Vol. F9: *Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical Systems*, ed. by E. J. Haug (Springer, 1984) 679-700.

[51] Gill, P. E.; W. Murray; M. A. Saunders; M. H. Wright: *User's guide for NPSOL (Version 4.0).* Report SOL 86-2. Department of Operations Research, Stanford University, California, USA (1986).

[52] Goldstine, H. H.: *A History of the Calculus of Variations from the 17th through the 19th Century.* Studies in the history of mathematics and physical sciences **5** (Springer, 1980).

[53] Griewank, A.: *Automatic evaluation of discrete adjoints with logarithmic increase in storage.* 9th IFAC Workshop on *Control Applications of Optimization*, Fachhochschule München, 1992.

[54] Grimm, W.: *Convergence relations between optimal control and optimal parametric control.* Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 420, Institut f. Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart (1993).

[55] Guckenheimer, J.; Ph. Holmes: *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields.* (New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo: Springer, 1983).

[56] Han, S.-P.: *A globally convergent method for nonlinear programming.* J. of Optimization Theory and Applications **22** (1977) 297-309.

[57] Hargraves, C. R.; S. W. Paris: *Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation.* AIAA J. Guidance **10**, 4 (1987) 338-342.

[58] Hartl, R. F.; S. P. Sethi; R. G. Vickson: *A survey of the maximum principles for optimal control problems with state constraints.* Report, University of Toronto, Canada (March 1992) (zur Veröffentlichung eingereicht).

[59] Haug, E. J.; P. E. Nikravesh; V. N. Sohoni; R. A. Vehage: *Computer aided analysis of large scale constrained mechanical systems.* In: Proc. 4th Int. Symp. on Large Engineering Systems, Calgary, Canada (1982).

[60] Heim, A.: *Parameteridentifizierung in differential-algebraischen Gleichungssystemen.* Diplomarbeit, Math. Institut, Technische Universität München (1992).

[61] Heim, A.: *Private Mitteilung.* (1994).

[62] Hestenes, M. R.: *Calculus of Variations and Optimal Control Theory.* (New York, London, Sydney: J. Wiley & Sons, 1966).

[63] Hillbrand, H.; P. H. Russer: *An efficient method for computer aided noise analysis of linear amplifier network.* IEEE Trans. on Circuits and Systems **23**, 4 (1976) 235-238.

[64] Hiltmann, P.: *Numerische Lösung von Mehrpunktrandwertproblemen und Aufgaben der optimalen Steuerung mit Steuerfunktionen über endlichdimensionalen Räumen.* Dissertation, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1989).
Nachdruck: Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 448, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1993).

[65] Hiltmann, P.; K. Chudej; M. H. Breitner: *Eine modifizierte Mehrzielmethode zur Lösung von Mehrpunkt-Randwertaufgaben – Benutzeranleitung.* Sonderforschungsbereich 255: Transatmosphärische Flugsysteme, Report No. 14, Lehrstuhl f. Höhere und Numerische Mathematik, Technische Universität München (1993).

[66] Horn, M. K.: *Solution of the optimal control problem using the software package STOMP.* 8th IFAC Workshop on Control Applications of Nonlinear Programming and Optimization, Paris, June 7-9 (1989).

[67] Ioffe, A. D.; V. M. Tichomirov: *Theorie der Extremalaufgaben.* (Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1979).

[68] Jacobson, D. H.; M. M. Lele; J. L. Speyer: *New necessary conditions of optimality for control problems with state-variable inequality constraints.* Journal of Mathematical Analysis and Applications **35** (1971) 255-284.

[69] Jänsch, C.; M. Paus: *Aircraft trajectory optimization with direct collocation using movable gridpoints.* Proc. Automatic Control Conference, San Diego (1990) 262-267.

[70] Jänsch, C.; K. Schnepper; K. H. Well: *Ascent and descent trajectory optimization of Ariane V / Hermes.* Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 197 (1990).

[71] Johanni, R.: *Optimale Bahnplanung bei Industrierobotern.* Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 18, Nr. 51 (1988).

[72] Kärtner, F.: *Analysis of white and $f^{-\alpha}$ noise in oscillators.* Int. Journal of Circuit Theory and Applications **18** (1990) 485-519.

[73] Kempkens, K.: *Optimierung der Verfahrzeiten von Industrierobotern unter Verwendung heutiger Steuerungen.* Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 212 (1990).

[74] Kiehl, M.: *Vektorisierung der Mehrzielmethode zur Lösung von Mehrpunkt-Randwertproblemen und Aufgaben der optimalen Steuerung.* Dissertation, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1989).
Nachdruck: Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 115, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1989).

[75] Kiehl, M.; O. von Stryk: *Real-time optimization of a hydroelectric power plant.* Computing **49** (1992) 171-191.

[76] Konzelmann, J.; H. G. Bock; R. W. Longman: *Time optimal trajectories of elbow robots by direct methods.* AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Boston, USA, AIAA Paper 89-3530-CP (1989).

[77] Koslik, B., M. H. Breitner, O. von Stryk, H. J. Pesch: *Modeling, optimization and worst case analysis of a management problem.* Preprint: Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 465, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1993).

[78] Knobloch, H. W.: *Das Pontryaginsche Maximumprinzip für Probleme mit Zustandsbeschränkung. Teil I.* ZAMM **55** (1975) 545-556. *Teil II.* ZAMM **55** (1975) 621-634.

[79] Kraft, D.: *On converting optimal control problems into nonlinear programming problems.* In NATO ASI Series, Vol. F15 *Computational Mathematical Programming*, ed. by K. Schittkowski (Springer Verlag, 1985) 261-280.

[80] Kraft, D.: *TOMP - FORTRAN Modules for Optimal Control Calculations.* Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 254 (1991).

[81] Kreim, H.; B. Kugelmann; H. J. Pesch; M. H. Breitner: *Minimizing the maximum heating of a reentering space shuttle: An optimal control problem with multiple control constraints having discontinuous solutions.* Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 497, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1994). Zur Veröffentlichung eingereicht.

[82] Lachner, R; M. H. Breitner; H. J. Pesch: *Efficient numerical solution of differential games with application to air combat.* Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 466, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1993).

[83] Lee, A.Y.: *Solving constrained minimum-time robot problems using the sequential gradient restoration algorithm.* Opt. Contr. Appl. and Meth. **13** (1992) 145-154.

[84] Lee, T.-T.; Y.-F. Chang: *Analysis, parameter estimation and optimal control of non-linear systems via general orthogonal polynomials.* Int. J. Control **44**, 4 (1986) 1089-1102.

[85] Leeson, D.: *A simple model of feedback oscillator noise spectrum.* Proc. of the IEEE (Feb. 1966) 329-330.

[86] Leiner, U.: *Optimale Steuerung eines Roboterarms auf Bahnen unter autonomen und nichtautonomen Nebenbedingungen.* Dissertation, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1989).
Nachdruck: Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: *Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung*, Report No. 146, Mathematisches Institut, Technische Universität München, Germany (1989).

[87] Lewald, A.: *Ein neuartiges Verfahren zur numerischen Berechnung zeitoptimaler Robotersteuerungen.* Bericht TR R138-93, DLR, Oberpfaffenhofen (1994).

[88] Machielsen, K. C. P.: *Numerical solution of optimal control problems with state constraints by sequential quadratic programming in function space.* CWI-Tract 53, Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam, The Netherlands (1988).

[89] Maier, M.: *Die numerische Lösung von Halbleitermodellen mit Hilfe des Kollokationsverfahrens PITOHP unter Verwendung einer automatischen Schrittweitenkontrolle.* Diplomarbeit, Math. Institut, Technische Universität München, Germany (1979).

[90] Manutec: *Kenndaten für Robotersimulation.* Interne Information Firma Manutec, Fürth, Ausgabe 05/86 (1986). Zitiert nach [73].

[91] Maurer, H.: *Optimale Steuerprozesse mit Zustandsbeschränkungen.* Habilitationsschrift, University of Würzburg, Würzburg, Germany (1976).

[92] Mehlhorn, R.; G. Sachs: *A new tool for efficient optimization by automatic differentiation and program transparency.* To appear in: Optimization Methods and Software (1994).

[93] Miele, A.: *Gradient algorithms for the optimization of dynamic systems.*
In: C.T. Leondes (ed.): Control and Dynamic Systems **16** (1980) 1-52.

[94] Miele, A.; T. Wang; W. W. Melvin: *Optimal abort landing trajectories in the presence of windshear.* J. of Optimization Theory and Applications **55** (1987) 165-202.

[95] Miele, A.; T. Wang; W. W. Melvin: *Quasi-steady flight to quasi-steady flight transition for abort landing in a windshear: Trajectory optimization and guidance.* J. of Optimization Theory and Applications **58** (1988) 165-207.

[96] Miksch, W.: *Private Mitteilung.* (1993).

[97] Moder, T.: *Optimale Steuerung eines Kraftfahrzeugs im fahrdynamischen Grenzbereich.* Diplomarbeit, Math. Institut, Technische Universität München (1994).

[98] Montrone, F.: *Berechnung der optimalen Steuerung einer Boeing 727 beim Auftreten eines Scherwindes.* Diplomarbeit, Math. Institut, Techn. Univ. München (1989).

[99] Montrone, F.: *Private Mitteilung.* (Dezember 1993).

[100] Nerz, E.: *Optimale Steuerung eines Hängegleiters*. Diplomarbeit, Mathematisches Institut, Technische Universität München, Germany (1990).

[101] Oberle, H. J.: *Numerische Berechnung optimaler Steuerungen von Heizung und Kühlung für ein realistisches Sonnenhausmodell.*
Habilitationsschrift, Technische Universität München, Germany (1982).
Report TUM-MATH-8310, Mathematisches Institut, Techn. Univ. München (1983).

[102] Oberle, H. J.: *Numerical computation of singular control functions for a two-link robot arm.* In: Lec. Notes in Control and Information Sciences **95** (1987) 244-253.

[103] Orleanda, N.: *ADAMS (theory and applications).* Vehicle System Dynamics **16** (1987) 121-166.

[104] Otter, M.; S. Türk: *The DFVLR Models 1 and 2 of the Manutec r3 Robot.* DFVLR-Mitt. 88-13, Institut f. Dynamik der Flugsysteme, Oberpfaffenhofen, Germany (1988).

[105] Pesch, H. J.: *Real-time computation of feedback controls for constrained optimal control, Part 2: A correction method based on multiple shooting*. Opt. Contr. Appl. and Meth. **2** (1989) 147-171.

[106] Pesch, H. J.; M. Schlemmer; O. von Stryk: *Minimum-energy and minimum-time control of three-degrees-of-freedom robots. Part 1: Mathematical model and necessary conditions, Part 2: Numerical methods and results for the Manutec r3 robot.* In Vorbereitung.

[107] Pfeiffer, F.; E. Reithmeier: *Roboterdynamik.* (Teubner: Stuttgart, 1987).

[108] van der Pol, B.: *Forced oscillations in a circuit with nonlinear resistance (receptance with reactive triode).* London, Edinburgh and Dublin Phil. Mag. **3** (1927) 65-80.
Reprinted in: R. Bellmann, R. Kalaba (eds.): *Selected Papers on Mathematical Trends in Control Theory.* (Dover: New York, 1964).

[109] Polak, E.; Yang, T. H.; Mayne, D. Q.: *A method of centers based on barrier functions for solving optimal control problems with continuum state and control constraints.* SIAM J. Control and Optimization **31**, 1 (1993) 159-179.

[110] Pontryagin, L. S.; V. B. Boltyanskii; R. V. Gamkrelidze; E. F. Miščenko: *Mathematische Theorie optimaler Prozesse.* (München, Wien: Oldenburg, 1964). (russisch: Moskau, 1961; englisch: New York, 1962).

[111] Powell, M. J. D.: *A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations.* In: *Numerical Analysis*, ed. by G. A. Watson, Lecture Notes in Mathematics **630** (Springer: Berlin, Heidelberg, New York, 1978) 144-157.

[112] Renes, J. J.: *On the use of splines and collocation in a trajectory optimization algorithm based on mathematical programming.* National Aerospace Lab., Amsterdam, the Netherlands, NLR-TR-78016 U (1978).

[113] Ritter, K.; C. Kredler: *Nichtlineare Optimierung.* Skriptum zur Vorlesung, Institut f. Angewandte Mathematik und Statistik, Technische Universität München (1989).

[114] Roubíček, T.: *Convergent computational method for relaxed optimal control problems.* J. of Optimization Theory and Applications **69**, 3 (1991) 589-603.

[115] Rudolph, H.: *The SILP-relaxation method in optimal control: General boundary conditions.* Zeitschr. f. Analysis und ihre Anwendungen **11** (1992) *I:* 1, 143-151. *II:* 3, 431-436.

[116] Rulka, W.: *SIMPACK, ein Rechenprogramm zur Simulation von Mehrkörpersystemen mit großen Bewegungen.* In: Proc. Finite Elemente in der Praxis, Computergestütztes Berechnen und Konstruieren, T-Programm, Reutlingen (1989) 206-245.

[117] Russell, R. D.; L. F. Shampine: *A collocation method for boundary value problems.* Numer. Math. **19** (1972) 1-28.

[118] Russell, R. D.: *Collocation for systems of boundary value problems.* Numer. Math. **23** (1974) 119-133.

[119] Russell, R. D.: *Mesh selection methods.* in Lec. Notes in Comp. Sc. **76**: *Codes for Boundary-Value Problems in Ordinary Differential Equations*, ed. by B. Childs et al. (Springer, 1979) 228-242.

[120] Russell, R. D.; J. Christiansen: *Adaptive mesh selection strategies for solving boundary value problems.* SIAM J. Numer. Anal. **15**, 1 (1978) 59-80.

[121] Russer, P.: *Informationstechnische Grundlagen.* (Weinheim: VCH, 1988).

[122] Sachs, E. W.: *Control applications of reduced SQP methods.* In [25] (1994) 89-104.

[123] Schiehlen, W. O. (ed.): *Multibody system handbook.* (Springer: Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1990).

[124] Schiehlen, W. O.; E. Kreuzer: *Aufstellen der Bewegungsgleichungen gewöhnlicher Mehrkörpersysteme.* Ingenieurarchiv **46** (1977) 185-194.

[125] Schittkowski, K.: *Nonlinear programming codes.* Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems **183** (Springer: Berlin, Heidelberg, New York, 1980).

[126] Schittkowski, K.: *The nonlinear programming method of Wilson, Han, and Powell with an augmented Lagrangian type line search function. Part 1: Convergence analysis.* Numer. Math. **38** (1981) 83-114.

[127] Schittkowski, K.: *The nonlinear programming method of Wilson, Han, and Powell with an augmented Lagrangian type line search function. Part 2: An efficient implementation with linear least squares subproblems.* Numer. Math. **38** (1981) 115-127.

[128] Schittkowski, K.: *On the convergence of a Sequential Quadratic Programming method with an augmented Lagrangian line search function.* Math. Operationsforsch. u. Statist., Ser. Optimization **14**, 2 (1983) 197-216.

[129] Schlemmer, M.: *Zeit- und energieminimale Steuerung von Industrierobotern mit 3 Freiheitsgraden am Beispiel des Manutec r3.* Diplomarbeit, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1992).

[130] Schlemmer, M.: *Private Mitteilung.* (Dezember 1993).

[131] Schöbel, R.: *Untersuchung und Optimierung des Phasenrauschens eines Mikrowellenoszillators in Abhängigkeit vom linearen Schaltungsteil.* Diplomarbeit, Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik, Technische Universität München (1993).

[132] Schulz, V. H.; H. G. Bock; R. W. Longman: *Shortest paths for satellite mounted robot manipulators.* In [25] (1994) 357-366.

[133] Sirisena, H. R.; F. S. Chou: *State parameterization approach to the solution of optimal control problems.* Opt. Contr. Appl. and Meth. **2** (1981) 289-298.

[134] Steinbach, M. C.: *A structured interior point SQP method for nonlinear optimal control problems.* In [25] (1994) 213-222.

[135] Steinbach, M.; H. G. Bock: *Time-optimal extension or retraction in polar coordinate robots: A numerical analysis of the switching structure.* Proc. of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Boston, USA, AIAA Paper 89-3529-CP (1989) 883-894.

[136] Stoer, J.; R. Bulirsch: *Introduction to Numerical Analysis.* 2nd ed. (Springer, 1993).

[137] Stryk, O. von: *Ein direktes Verfahren zur Bahnoptimierung von Luft- und Raumfahrzeugen unter Berücksichtigung von Beschränkungen.*
(a) Diplomarbeit, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1989).
(b) Z. f. angew. Math. Mech. (ZAMM) **71**, 6 (1991) T705-T706.

[138] Stryk, O. von: *Numerical solution of optimal control problems by direct collocation.*
In [26] (1993) 129-143.

[139] Stryk, O. von; R. Bulirsch: *Direct and indirect methods for trajectory optimization.*
Annals of Operations Research **37** (1992) 357-373.

[140] Stryk, O. von; H. J. Pesch; R. Bulirsch: *Zeit ist Geld? Nicht für Roboter!*
Sonderreihe *Forschung für Bayern*, Heft Nr. **6** (TU München, 1993) 22-23.

[141] Stryk, O. von; M. Schlemmer: *Optimal control of the industrial robot Manutec r3.*
In [25] (1994) 367-382.
Preprint: Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft *Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung*, Report No. 467, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1993).

[142] Stryk, O. von; R. A. Ziegler: *The performance of an optimal control software on a set of optimal control problems: capabilities and improvements.* Preprint: Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 536, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1994).

[143] Teo, K. L.; C. J. Goh: *MISER: An optimal control software.* Applied Research Corporation, National University of Singapore, Kent Ridge, Singapore (1987).

[144] Teo, K. L.; C. J. Goh: *A computational method for a class of optimal relaxed control problems.* J. of Optimization Theory and Applications **60**, 1 (1989) 117-133.

[145] Tolle, H.: *Optimierungsverfahren.* (Springer: Berlin, Heidelberg, New York 1971).

[146] Türk, S.: *Dynamische Robotermodelle am Beispiel des Manutec r3.* DFVLR-Mitt. 88-16, Institut für Dynamik der Flugsysteme, Oberpfaffenhofen, Germany (1988).

[147] Türk, S.: *Zur Modellierung der Dynamik von Robotern mit rotatorischen Gelenken.* Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 211 (1990).

[148] Vlassenbroek, J.; R. van Dooren: *A Chebyshev technique for solving nonlinear optimal control problems.* IEEE Transacts. on Autom. Contr. **33**, 4 (1988) 333-340.

[149] Weiss, R.: *The application of implicit Runge-Kutta and collocation methods to boundary-value problems.* Math. Comp. **28**, 126 (1974) 449-464.

[150] Williamson, W. E.: *Use of polynomial approximations to calculate suboptimal controls.* AIAA Journal **9**, 11 (1971) 2271-2273.

[151] Wittenburg, J.; U. Wolz: *MESA VERDE: Ein Computerprogramm zur Simulation der nichtlinearen Dynamik von Vielkörpersystemen.* Robotersysteme **1** (1985) 7-18.

[152] Ziegler, R. A.: *Analyse des Verfahrens MISER zur Parametrisierung optimaler Steuerungen: Leistungsvermögen und Verbesserungen.* Diplomarbeit, Mathematisches Institut, Technische Universität München (1992).