8.5 Roboterbahnoptimierung: Vergleich mit Verfahren aus der Literatur

8.5.1 Zeitminimale Steuerung eines zweiachsigen Roboters

Geering, Guzzella, Hepner und Onder untersuchen in [46] zeitoptimale Punkt-zu-Punkt-Bahnen für verschiedene Typen zweigelenkiger Roboter (ohne Zustandsbeschränkungen). Dabei verwenden sie (eine nicht näher erläuterte) Parameteroptimierung und Ausprobieren verschiedener Steuerungen zur Bestimmung der Schaltstruktur. Die so erhaltenen Steuerungen werden dann durch numerische Lösung des Randwertproblems der notwendigen Bedingungen mittels eines Schießverfahrens verifiziert.

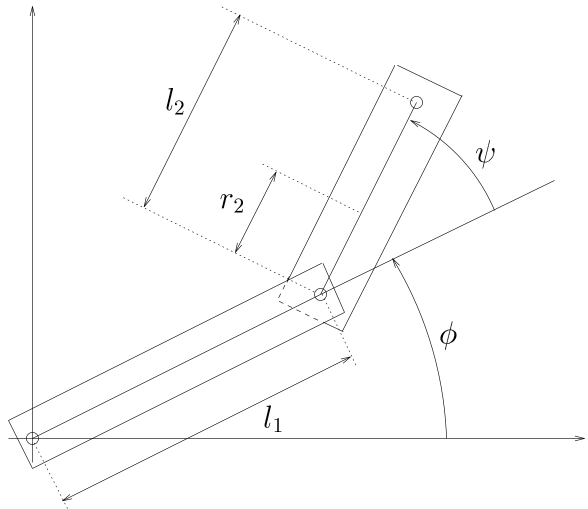


Abbildung 8.22: Skizze des IBM 7535 B 04 Roboters.

Einer der untersuchten Robotertypen ist ein IBM 7535 B 04 Roboter mit zwei in der Horizontalebene bewegten Gelenken. Mit den Zustandsvariablen $x_1 = \phi$, $x_2 = \dot{\phi}$, $x_3 = \psi$, $x_4 = \dot{\psi}$ und den Momentensteuerungen u_1 und u_2 lauten die Bewegungsdifferentialgleichungen

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2, && (8.66)\\
\dot{x}_2 &= \Big(\Theta_7 \left(u_1 - u_2 + \Theta_6(x_2+x_4)^2 \sin x_3\right) - \Theta_6 \left(u_2 - \Theta_6 x_2^2 \sin x_3\right) \cos x_3\Big) \\
&\quad / \left(\Theta_7\Theta_5 - \Theta_6^2 \cos^2 x_3\right), && (8.67)\\
\dot{x}_3 &= x_4, && (8.68)\\
\dot{x}_4 &= \Big((\Theta_5 + \Theta_6 \cos x_3) \left(u_2 - \Theta_6 x_2^2 \sin x_3\right) \\
&\quad - (\Theta_7 + \Theta_6 \cos x_3) \left(u_1 - u_2 + \Theta_6(x_2+x_4)^2 \sin x_3\right)\Big) / \left(\Theta_7\Theta_5 - \Theta_6^2 \cos^2 x_3\right). && (8.69)
\end{aligned}
$$

Die Konstanten sind als

$$
\begin{array}{rclrclrcl}
\Theta_1 &=& 1.6[\mathrm{m^2kg}], & \Theta_2 &=& 0.43[\mathrm{m^2kg}], & \Theta_3 &=& 0.01[\mathrm{m^2kg}],\\
l_1 &=& 0.4[\mathrm{m}], & l_2 &=& 0.25[\mathrm{m}], & r_2 &=& 0.125[\mathrm{m}],\\
m_2 &=& 15[\mathrm{kg}], & m_3 &=& 6[\mathrm{kg}], & \Theta_4 &=& \Theta_2 + l_2^2 m_3,\\
\Theta_5 &=& \Theta_1 + l_1^2(m_2+m_3), & \Theta_6 &=& l_1(r_2 m_2 + l_2 m_3), & \Theta_7 &=& \Theta_3 + \Theta_4
\end{array}
\qquad (8.70)
$$

gegeben und die Steuerungen sind durch

$$
|u_1(t)| \;\leq\; 25[\mathrm{Nm}], \qquad |u_2(t)| \;\leq\; 9[\mathrm{Nm}] \qquad (8.71)
$$

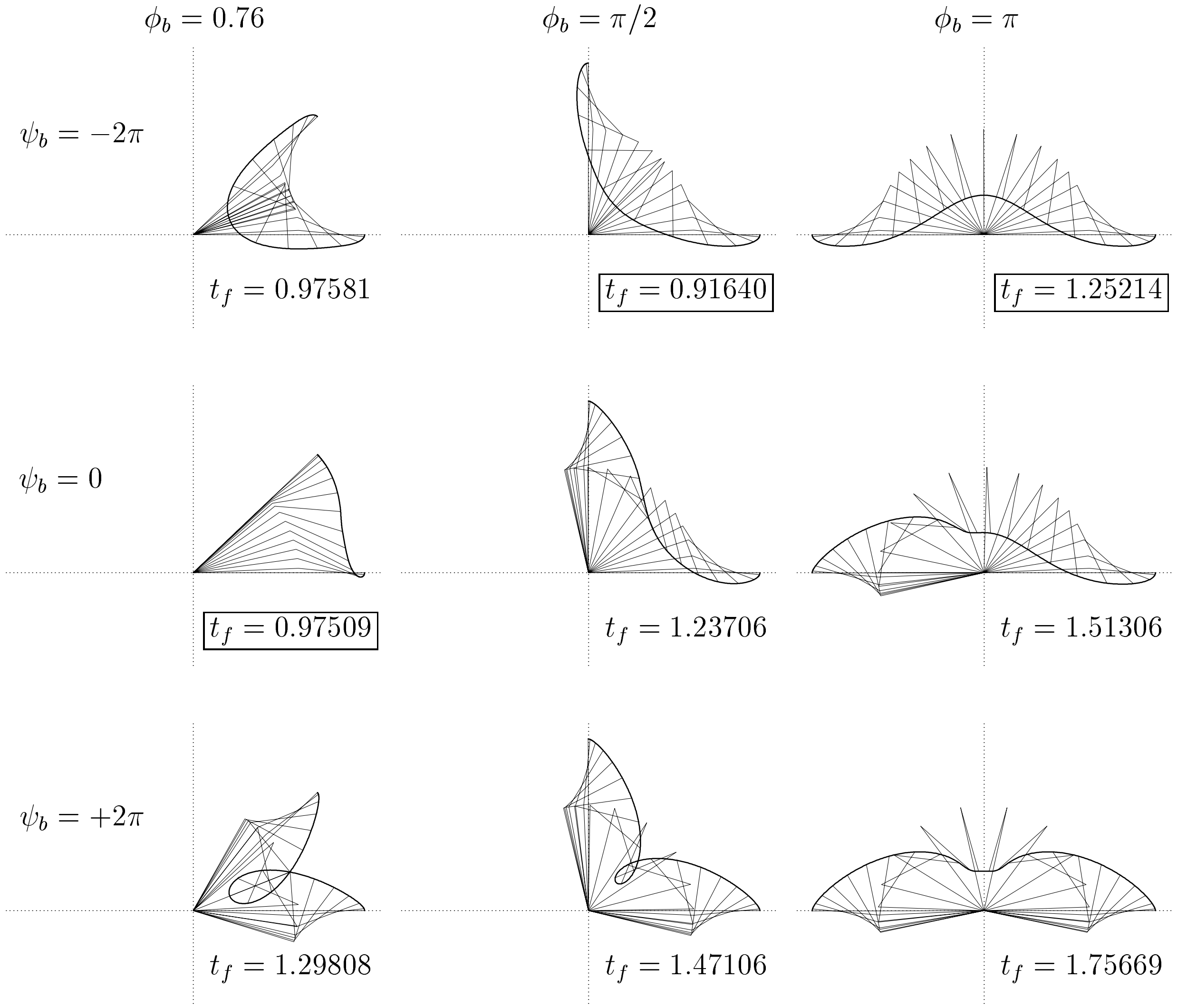


Abbildung 8.23: Horizontale zeitoptimale Bahnen für verschiedene Endwinkel ϕ_b, ψ_b.

beschränkt. Als Anfangs- und Endwerte werden

$$\begin{array}{rclrcl} x_1(0) &=& 0, & x_1(t_f) &=& \phi_b, \\ x_2(0) &=& 0, & x_2(t_f) &=& 0, \\ x_3(0) &=& 0, & x_3(t_f) &=& \psi_b \;=\; 0 \;\text{ bzw. } \;\pm 2\pi, \\ x_4(0) &=& 0, & x_4(t_f) &=& 0 \end{array} \tag{8.72}$$

untersucht. Ergebnisse für verschiedene Endwinkel ϕ_b und ψ_b sind in Abbildung 8.23 dargestellt. Dabei treten nur bang-bang Steuerungen auf. Die Ergebnisse stimmen mit denen von Geering et al. überein (Tabelle IV in [46]), bis auf $\phi_b = 0.76$, wo die Bahn mit $\psi_b = 0$ um 0.07 % schneller ist als die Bahn mit $\psi_b = -2\pi$, die in [46] als schnellste genannt wird. Zum Erreichen einer Endstellung mit ausgestrecktem zweiten Gelenk gibt es mehrere, durch unterschiedliche Drehungen im zweiten Gelenk gekennzeichnete, lokal optimale Bewegungen (z. B. für $\psi_b = \pm 2k\pi,\ k = 0, 1, 2, \ldots$). Dabei ist a priori nicht klar, für welches k die global minimale Verfahrzeit erreicht wird. Bei Vorliegen einer Zustandsbeschränkung der Form $|\psi(t)| < \psi_{\max} < 2\pi$, wie es beim Manutec r3 Roboter der Fall ist, bleibt von diesen jedoch nur die Lösung mit $\phi_b = 0$ übrig. Die Rechenzeiten liegen im Bereich von ca. 8 bis 80 Sekunden (für 11 bzw. 41 Gitterpunkte).

8.5.2 Zeitminimale Steuerung des Manutec r3 in drei Freiheitsgraden

Das auf Parametrisierung der Steuervariablen und Integration der Zustandsdifferentialgleichungen beruhende direkte Schießverfahren TOMP zur numerischen Lösung allgemeiner optimaler Steuerungsprobleme wird von Kraft in [80] beschrieben. Als Anwendung der Methode werden zeitoptimale Punkt-zu-Punkt-Bahnen für den Manutec r3 Roboter in drei Freiheitsgraden berechnet. Es wird das DLR Modell 2 (Subroutine R3M2SI, Otter, Türk [104]) zur Beschreibung der Dynamik des Roboters verwendet (vgl. Kapitel 8.4). Anfangs- und Endstellung sind hier durch

$$q(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad q(t_f) = \begin{pmatrix} -\pi/2 \\ -\pi/2 \\ -\pi/2 \end{pmatrix}, \quad \dot{q}(0) = 0, \quad \dot{q}(t_f) = 0 \tag{8.73}$$

definiert. Diese Bewegung wird für eine Last von 0 bzw. 15 kg untersucht. Der Verlauf der mit DIRCOL berechneten Lösungen ist in Abbildung 8.24 und der dreidimensionale Bahnverlauf ist in Abbildung 8.25 dargestellt (für 15 kg Last).

Tabelle 8.9: Vergleich der Ergebnisse aus [80] mit DIRCOL.

Last	zeitoptimale Bahn nach [80]	zeitoptimale Bahn (DIRCOL)	Gewinn gegenüber [80]
0 kg	1.51s	1.10311s	27.0%
15 kg	1.65s	1.10370s	33.1%

Die in Tabelle 8.9 angegebenen Ergebnisse zeigen, daß mit DIRCOL die berechneten schnellstmöglichen Verfahrzeiten gegenüber [80] erheblich verbessert werden können.

Bemerkung 8.7 Die zeitoptimale Bahn mit einer Zuladung von 0 kg würde zur Selbstdurchdringung des Roboters führen (der Arm kollidiert mit dem Sockel). Vor einer Realisierung dieser Bahn ist daher eine weitere Berechnung mit einer geeigneten weiteren Zustandsbeschränkung notwendig, die die Selbstdurchdringung verhindert.

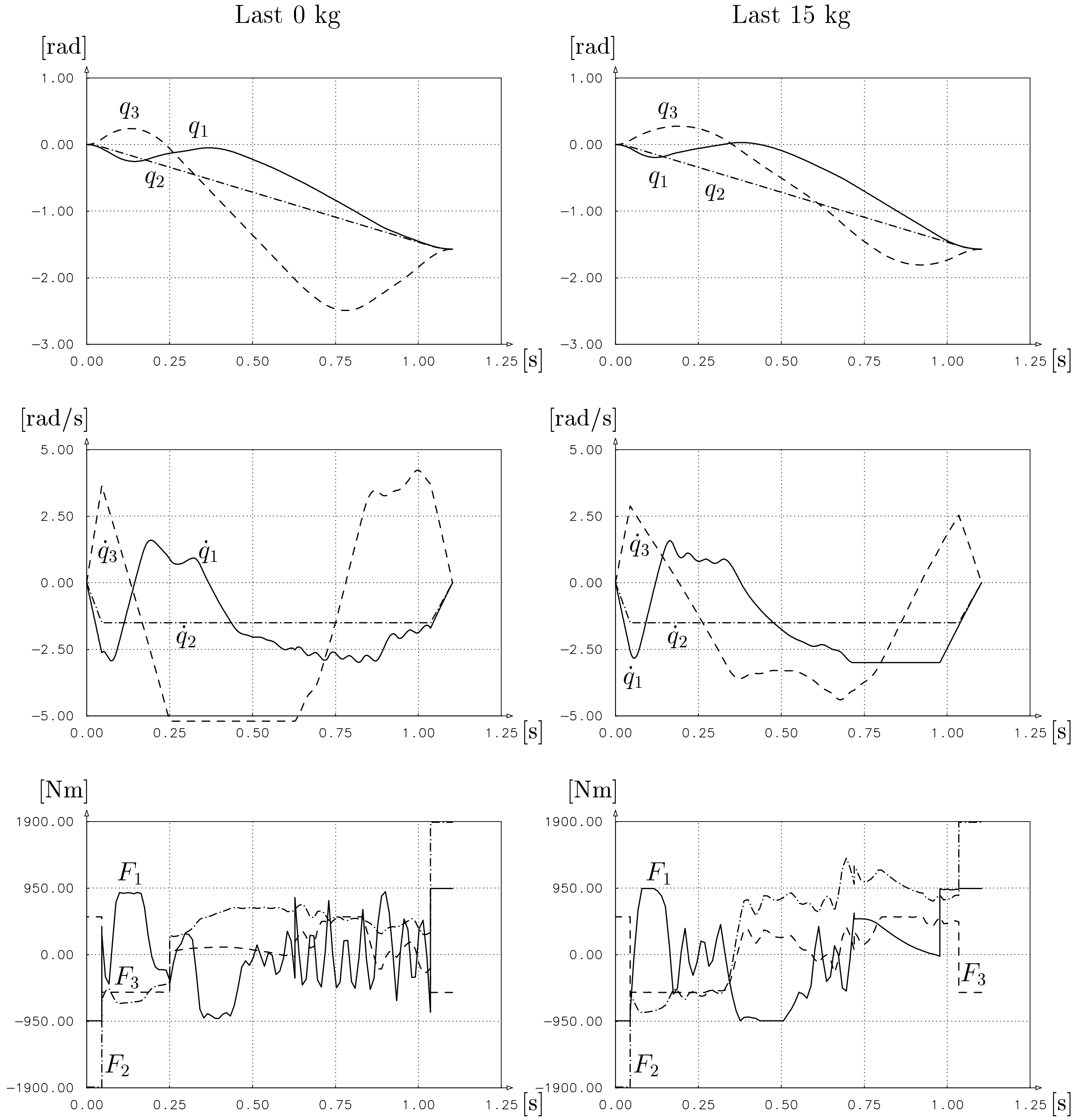


Abbildung 8.24: Lösungsverlauf für die zeitoptimalen Bahnen mit 0 und 15 kg Last.

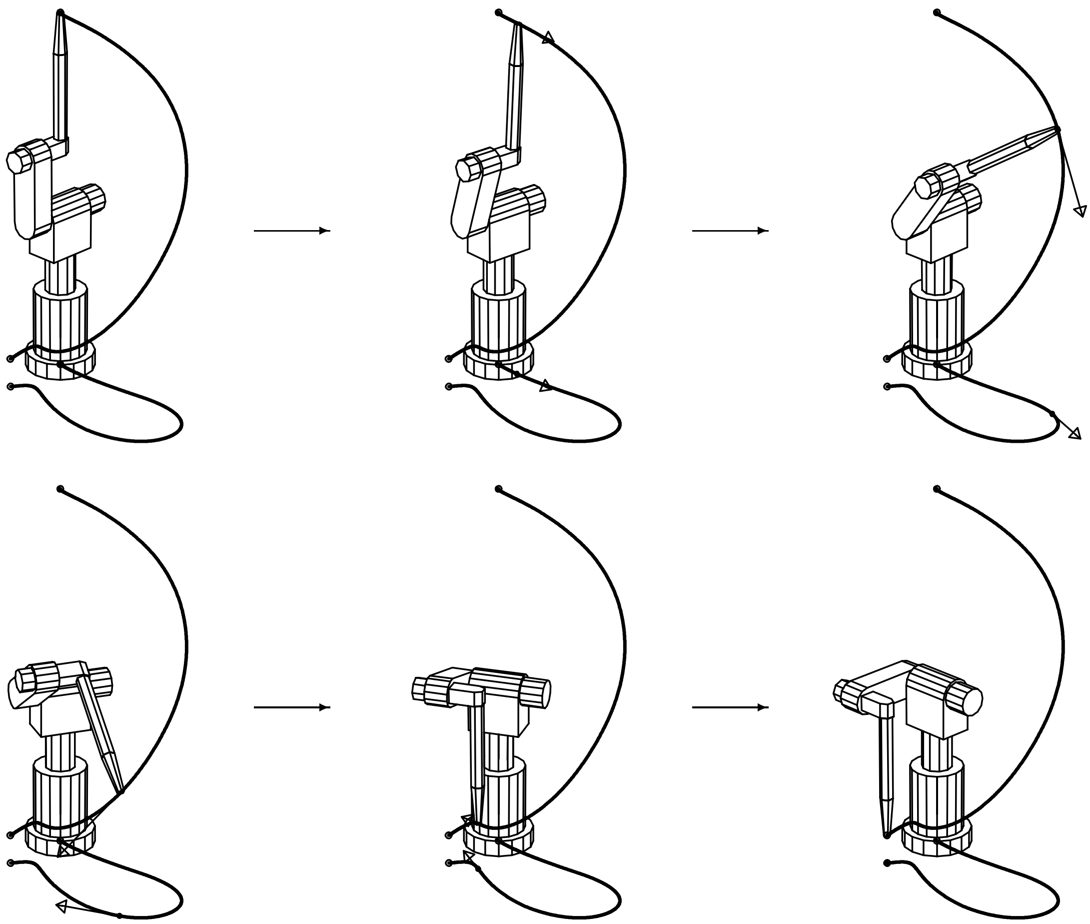


Abbildung 8.25: Räumlicher Verlauf der zeitoptimalen Bewegung mit 15 kg Last.

8.5.3 Zeitminimale Steuerung des Manutec r3 in sechs Freiheitsgraden

Die Verkürzung der Bewegungszeiten von Industrierobotern, ohne vorhandene Steuerungen in aufwendiger Weise verändern zu müssen, ist Ziel der Arbeit von Kempkens [73]. Dazu wird zunächst die schnellste Bewegung durch ein auf sogenannter Zustandsraumoptimierung beruhendes Verfahren berechnet, das auch von Johanni in [71] ausführlich beschrieben wird. Danach wird die zeitoptimale Trajektorie mit den im Steuerungsteil des Roboters verfügbaren Bahnplanungsalgorithmen geeignet approximiert. Ferner wird noch eine Methode zur Verkürzung der Bewegungszeit vorgestellt, die nicht auf eine meist relativ aufwendig vorab zu berechnende zeitminimale Referenzbahn angewiesen ist.

Mit den relativen Winkeln $q(t) = (q_1(t), \dots, q_6(t))^T$ zwischen den einzelnen Armen wird das dynamische Verhalten des Manutec r3 in den drei Haupt- und den drei Handachsen durch ein System von 6 Differentialgleichungen 2. Ordnung [104], [147] beschrieben

$$M(q(t)) \cdot \ddot{q}(t) \;=\; F(t) + \chi^d(\dot{q}(t), q(t)) + \chi^g(q(t)), \quad t \in [0, t_f], \tag{8.74}$$

wobei als Steuerungen die Antriebsmomente $F = (F_1(t), \dots, F_6(t))^T$[Nm] bzw. die Eingangsspannungen $u = (u_1(t), \dots, u_6(t))^T$[V] verwendet werden, wobei $F(t) = D \cdot u(t)$ mit $D = \operatorname{diag}(D_1, \dots, D_6)$. Die Nenn- und Maximalwerte für F bzw. u sowie die Konvertierungsfaktoren D_i sind in Tabelle 8.12 angegeben.

In [73] werden zeitoptimale Punkt-zu-Punkt-Bahnen untersucht, dabei werden für die Steuerungen nur Werte bis zur Größe der Nenn- und nicht der Maximalwerte zugelassen

$$|F_i(t)| \;\le\; F_{i,\mathrm{nenn}} \qquad \text{bzw.} \qquad |u_i(t)| \;\le\; u_{i,\mathrm{nenn}}, \qquad i = 1, \dots, 6. \tag{8.75}$$

Dies wird begründet durch den Bedarf an zusätzlichen Momenten im geschlossenen Regelkreis zur Ausregelung von Störungen beim Abfahren der zeitoptimalen Bahn sowie zur Kompensation von Reibungseffekten, die im dynamischen Modell bei der Berechnung der zeitoptimalen Bahn nicht explizit berücksichtigt worden sind. Die Haftreibung beträgt beim Manutec r3 in den drei Hauptachsen (1, 2 und 3) etwa 10%, bei der Handachse 4 etwa 50% und bei den Handachsen 5 und 6 etwa die volle Größe des Nennmomentes [146], [147].

Für fünf Testbahnen $\phi_k \to \phi_{k+1}$ (Tabelle 8.10)

$$q(0) = \phi_k, \quad q(t_f) = \phi_{k+1}, \quad \dot{q}(0) = 0, \quad \dot{q}(t_f) = 0, \qquad k = 1, 2, 3, 4, 5 \tag{8.76}$$

werden in [73] Angaben zur minimalen Verfahrzeit gemacht. Für eine Bahn ($\phi_1 \to \phi_2$) werden auch zeitminimale Lösungskurven für $\dot{q}_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ und $u_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ angegeben ([73], Bilder 6.9a und 6.9b). Die Beschränkungen der Winkelgeschwindigkeiten aus Tabelle 8.12 werden jedoch von den berechneten zeitoptimalen Bahnen nicht eingehalten (siehe z. B. $\dot{q}_3(t)$ in Bild 6.9a in [73]).

Mit DIRCOL werden die zeitoptimalen Lösungen für alle fünf Testbahnen berechnet. Dazu wird das Problem mit

$$x = (x^1, x^2)^T = (x_1, \dots, x_{12})^T, \quad x^1 := (q_1, \dots, q_6)^T, \quad x^2 := (\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_6)^T \tag{8.77}$$

Tabelle 8.10: Anfangs- und Endstellungen der fünf Testbahnen($\phi_6 = \phi_1$, Angaben in [deg]).

ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5
13.1	-8.4	-21.9	10.9	71.3
17.8	41.9	-33.4	-25.0	-7.2
100.5	-104.8	-105.2	-118.0	-104.7
-1.6	-1.5	-1.5	-3.3	134.4
-28.3	-35.8	-39.7	-37.2	-33.8
18.9	-42.4	-75.7	-7.7	18.9

formal auf ein zwölfdimensionales System 1. Ordnung transformiert

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & q_1 \\ & \dots & \\ x_6 & = & q_6 \\ x_7 & = & \dot{q}_1 \\ & \dots & \\ x_{12} & = & \dot{q}_6 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dots \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_7 \\ \dots \\ x_{12} \end{pmatrix} = x^2, \\ \begin{pmatrix} \dot{x}_7 \\ \dots \\ \dot{x}_{12} \end{pmatrix} = M^{-1}(x^1)\left(F + \chi^d(x^1, x^2) + \chi^g(x^1)\right). \end{array} \tag{8.78}$$

Zur Auswertung der rechten Seite von $\ddot{q} = M^{-1}(F + \chi^d + \chi^g)$ wird die Subroutine R3M1SI von Otter und Türk [104] verwendet (Last 0 kg). Diese ist mit einem modifizierten Algorithmus von Brandl, Johanni und Otter [16] in besonders effizienter Form erstellt worden und in Abbildung 8.27 abgedruckt.

Für jede Bahn wird die zeitminimale Bewegung einmal unter Berücksichtigung nur der Winkelbeschränkungen $|q_i(t)| \le q_{i,\max}$, $i = 1, \dots, 6$, (Tabelle 8.12) und einmal unter zusätzlicher Beachtung der Beschränkungen der Winkelgeschwindigkeiten $|\dot{q}_i(t)| \le \dot{q}_{i,\max}$, $i = 1, \dots, 6$, (Tabelle 8.12) berechnet. Die letzte Gitteranpassung wird bei allen Bahnen mit 52 Gitterpunkten, $\epsilon_{\mathrm{OPT}} = 10^{-6}$, $\epsilon_{\mathrm{NFT}} = 10^{-8}$ und der automatischen Skalierungsoption aus Kapitel 7.1.5 durchgeführt. Die Rechenzeiten liegen im Bereich von 2–10 Minuten bei 11 Gitterpunkten und ca. 3 Stunden bei 52 Gitterpunkten. Die Ergebnisse von DIRCOL sind in Tabelle 8.11 mit den zeitoptimalen Lösungen aus [73] und den Werkseinstellungen der Siemens-RCM-Steuerung (zitiert aus [73]) angegeben. Die Lösungskurven der zeitoptimalen Bahnen sind in den Abbildungen 8.28 – 8.32 wiedergegeben. Der räumliche Verlauf aller fünf zeitoptimalen Bahnen in den drei Hauptachsen wird in Abbildung 8.26 dargestellt.

Bemerkung 8.8 Die Beschränkung an den Winkel $q_5(t)$ (Tabelle 8.12) wird bei der ersten Bahn zwischen $t_{\mathrm{ein}} = 0.44$[s] und $t_{\mathrm{aus}} = 0.60$[s] sowie bei der fünften Bahn zwischen $t_{\mathrm{ein}} = 0.42$[s] und $t_{\mathrm{aus}} = 0.68$[s] am unteren Rand aktiv.

Bemerkung 8.9 Die Beschränkungen der Winkelgeschwindigkeiten $\dot{q}_i(t)$ (Tabelle 8.12) spielen auch bei der zeitoptimalen Steuerung mit den Nennmomenten (nicht nur mit den Maximalmomenten) als zulässige Maximalwerte eine wichtige Rolle, da diese bei nichtexpliziter Einhaltung mehrfach verletzt werden (s. Abbildungen 8.28 – 8.32).

Bemerkung 8.10 Der Verlauf der berechneten zeitoptimalen Steuerung $F_1(t)$ weist bei der ersten (in $[0.87, 0.98]$), der zweiten (in $[0.015, 0.20]$ und $[0.57, 0.78]$) und der fünften (in $[0.35, 0.44]$

und $[0.62, 0.72]$) Bahn das Verhalten einer *singulären* zeitoptimalen Steuerung auf. Das deutet darauf hin, daß die Annahme, bei zeitoptimaler Steuerung (ohne aktive Zustandsbeschränkungen) könnten *alle* Steuerungen nur maximale oder minimale Werte annehmen, nicht erfüllt ist. In diesen Fällen kann die bloße Schaltpunktoptimierung, wie sie im Rahmen der von Kempkens [73] verwendeten Methode der Zustandsraumoptimierung (vgl. Johanni [71]) durchgeführt wird, nicht das Minimum liefern.
(Ein Beispiel für eine singuläre zeitoptimale Steuerung eines zweigelenkigen Roboterarmes hat Oberle in [102] angegeben.)

Insgesamt zeigt sich, daß die in [73] angegebenen Werte noch je Bahn zwischen 6.8 und 21.0% verbessert werden können. Die mit DIRCOL berechneten zeitminimalen Bahnen, die auch die Beschränkungen der Winkelgeschwindigkeiten berücksichtigen, sind zudem nur wenig langsamer, teilweise sogar schneller als die in [73] angegebenen Bahnen, die dies nicht leisten. Die in der RCM-Steuerung voreingestellten Werte für die Verfahrzeit können sogar fast alle um *mehr als die Hälfte* reduziert werden. Dabei werden allein die Nennmomente und nicht die Maximalmomente als größte zulässige Motorenmomente verwendet.

Tabelle 8.11: Ergebnisse für fünf zeitoptimale Bahnen in sechs Freiheitsgraden.

Bahn	RCM	zeit-„optimale" Bahn nach [73]	zeitoptimale Bahn ($\dot{q}(t)$ frei) (DIRCOL)	Gewinn gegenüber RCM	Gewinn gegenüber [73]	zeitoptimale Bahn ($\dot{q}(t)$ beschr.) (DIRCOL)
1	1.664s	1.144s	1.01945s	38.7%	10.9%	1.07738s
2	1.856s	0.992s	0.78347s	57.8%	21.0%	1.03407s
3	0.896s	0.408s	0.38012s	57.6%	6.8%	0.39929s
4	1.216s	0.616s	0.56326s	53.7%	8.6%	0.81718s
5	1.664s	1.256s	1.11698s	32.9%	11.1%	1.18010s
$\sum$	7.296s	4.416s	3.86328s	47.1%	12.5%	4.50802s

Tabelle 8.12: Antriebsdaten und Beschränkungen für den Manutec r3 (Die unterschiedlichen maximalen Antriebsmomente $F_{4,\max}$, $F_{5,\max}$ in [73], [90] und [104] erklären sich (nach [130]) durch Vernachlässigung der Begrenzungen der Ressourcen der Vorschaltelektronik der Motoren in [104]).

Achse	1	2	3	4	5	6
Motor-Nennmoment in [Nm] nach [90]	4.	4.	4.	0.5	0.5	0.2
Motor-Spitzenmoment in [Nm] nach [90]	9.	9.	9.	1.2	1.2	0.65
Übersetzung nach [90]	105	210	60	99	79.2	99
result. Antriebsnennmoment $F_{i,\mathrm{nenn}}$ in [Nm]	420.	840.	240.	49.5	39.6	19.8
result. max. Antriebsmoment $F_{i,\max}$ in [Nm]	945.	1890.	540.	118.8	95.04	64.35
max. Antriebsmoment $F_{i,\max}$ in [Nm] nach [104]	945.	1890.	540.	186.0	160.5	64.5
Konvertierungsfaktor D_i Spannung – Moment in [Nm/V] nach [104]	$-126.$	252.	72.	-24.8	21.4	-8.6
max. Eingangsspannungen $u_{i,\max}$ in [V] nach [104]	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
den Nennmomenten aus [73], [90] entsprechende Spannungen $u_{i,\mathrm{nenn}}$ in [V]	$3\,\frac{1}{3}$	$3\,\frac{1}{3}$	$3\,\frac{1}{3}$	1.9959677	1.8504673	2.3023256
Beschränkung für $\lvert q_i(t)\rvert$ in [rad] nach [104]	2.97	2.01	2.86	3.63	2.27	$+\infty$
Beschränkung für $\lvert \dot{q}_i(t)\rvert$ in [rad/s] nach [104]	3.00	1.50	5.20	3.40	4.30	3.70

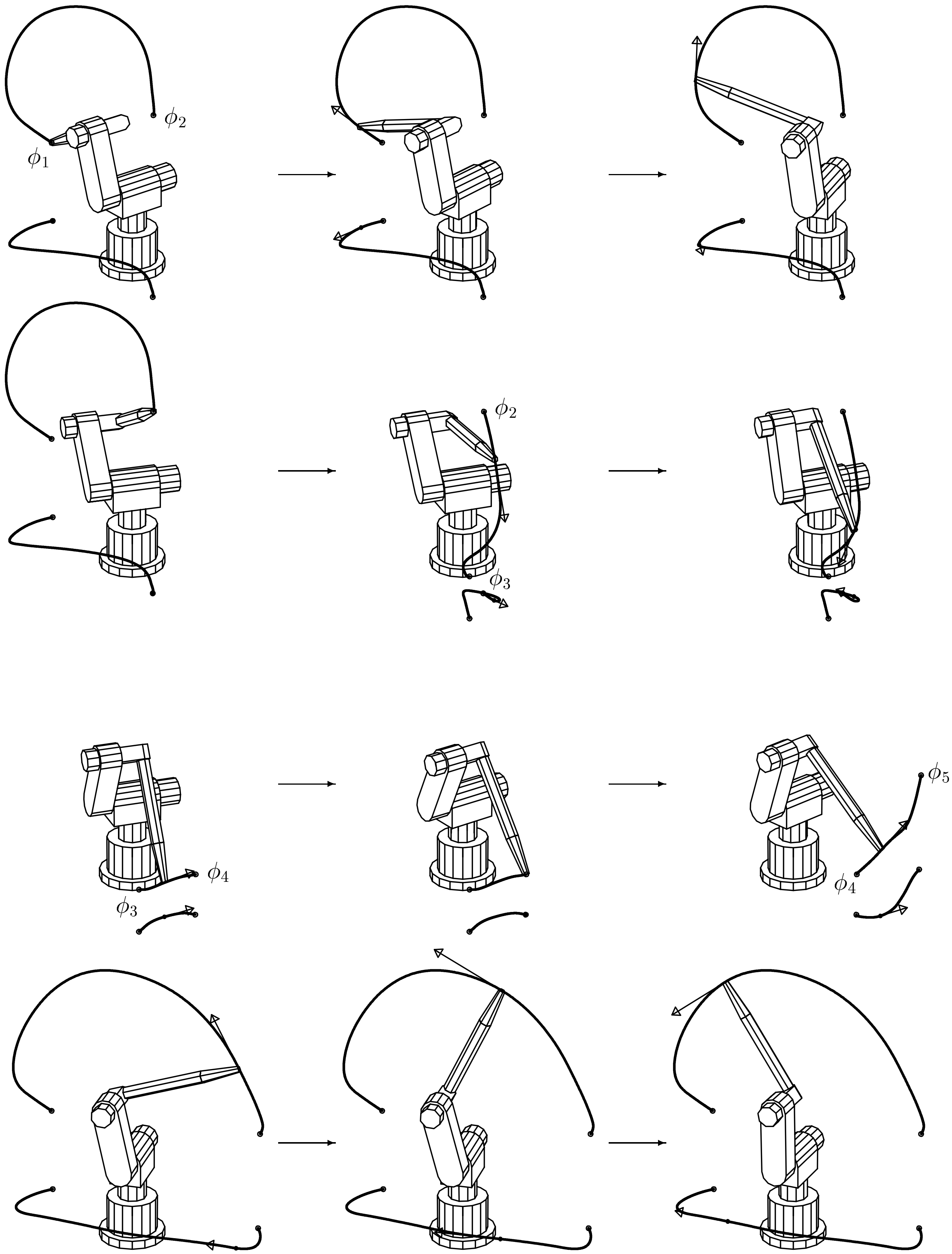
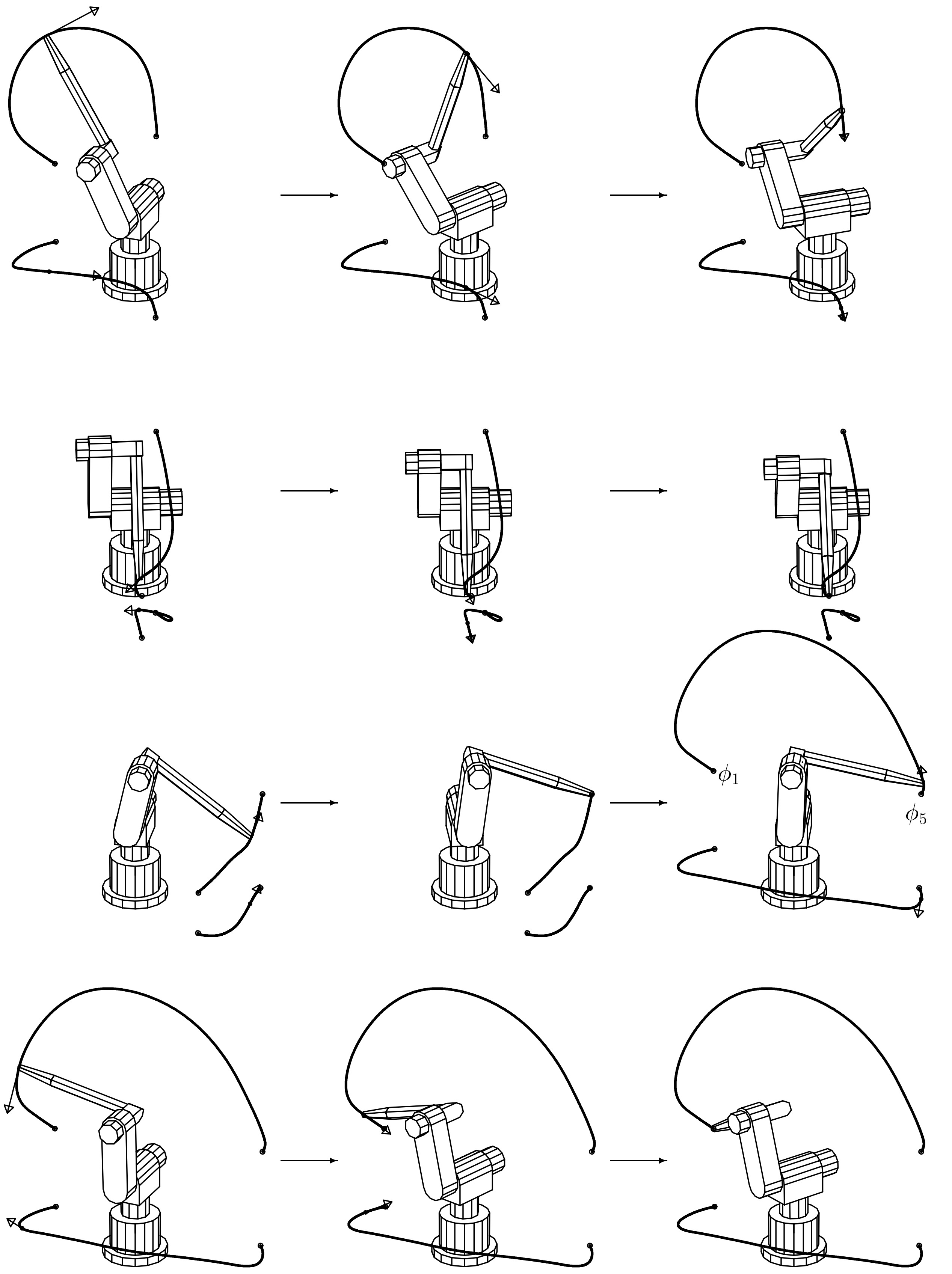


Abbildung 8.26: Darstellung des räumlichen Verlaufes der fünf zeitoptimalen Bahnen in den drei Hauptachsen.


ϕ_1
ϕ_5

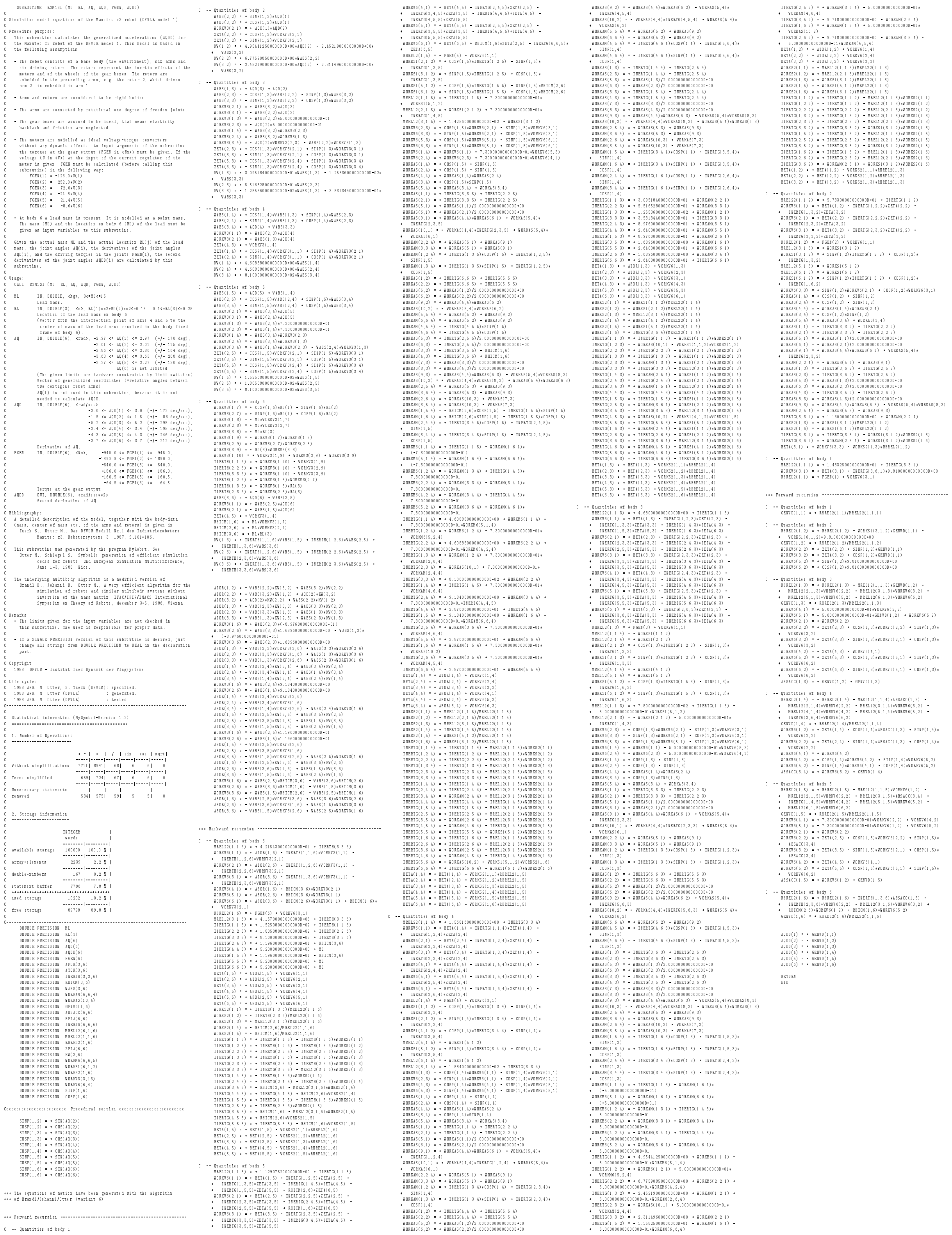


Abbildung 8.27: Subroutine R3M1SI [104] zur effizienten Auswertung der rechten Seite der Differentialgleichungen des Manutec r3: $\ddot{q} = M^{-1}(F + \chi^d + \chi^g)$.

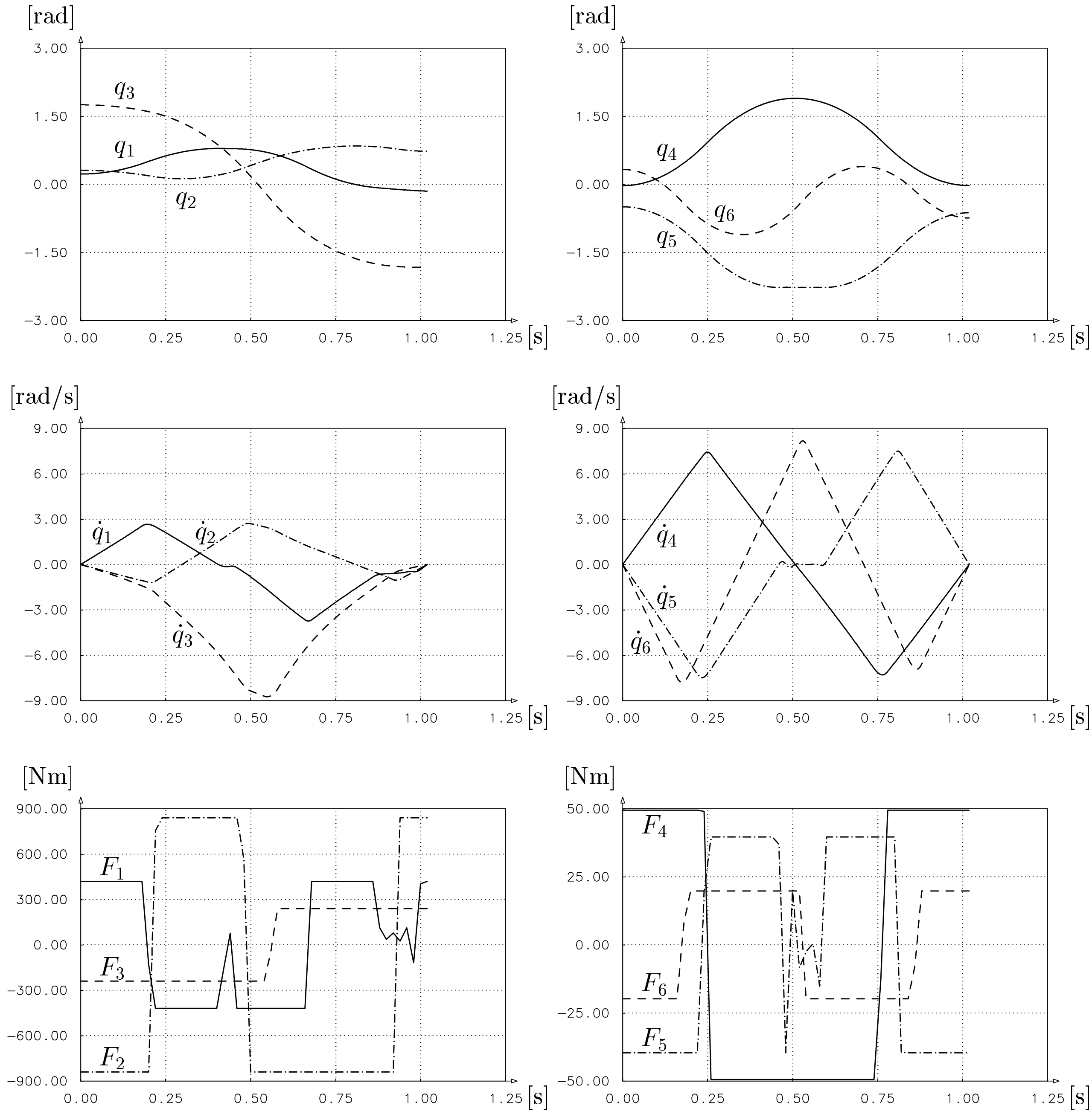


Abbildung 8.28: Lösungsverlauf für die erste zeitoptimale Bahn $\phi_1 \rightarrow \phi_2$.

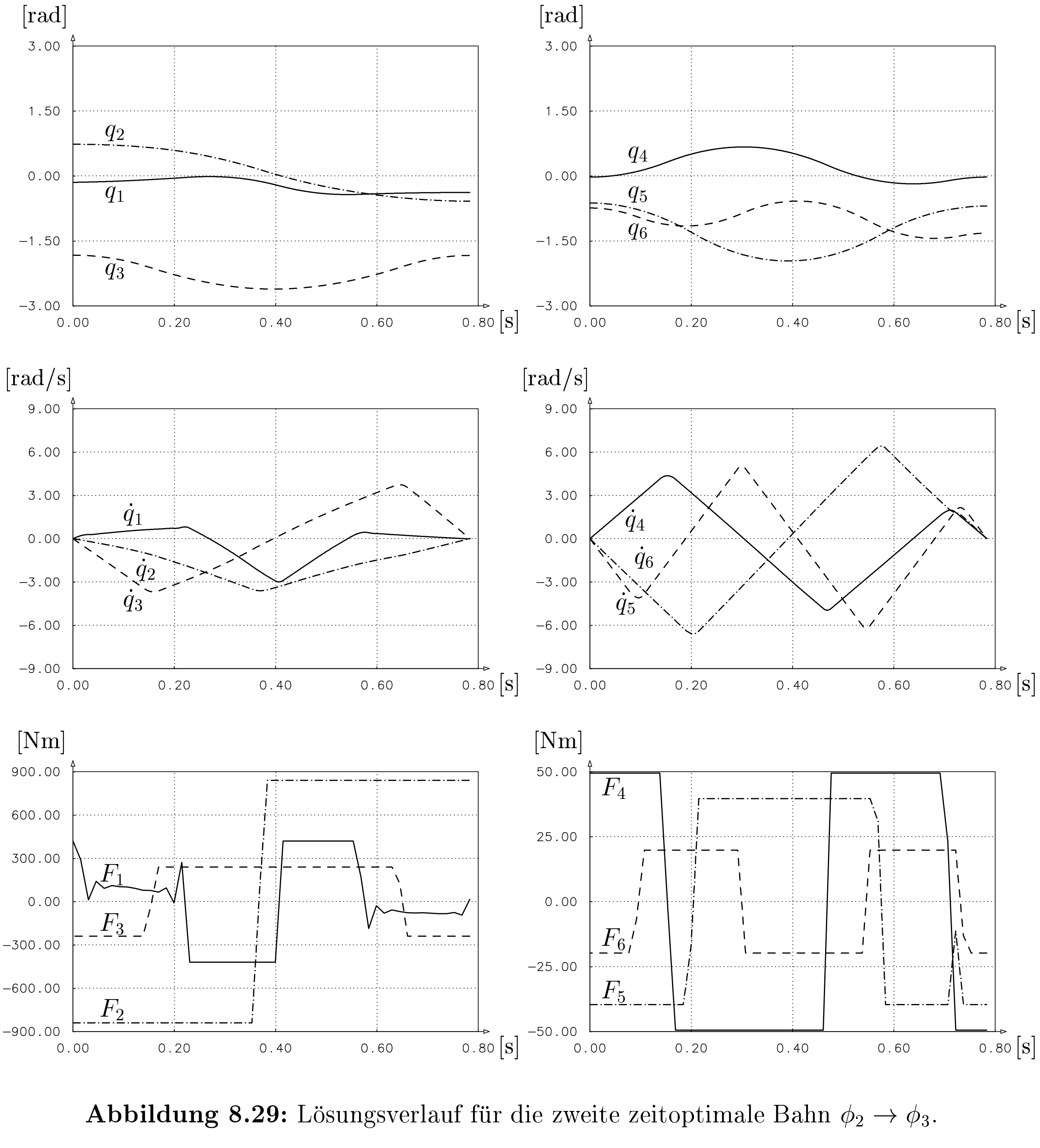


Abbildung 8.29: Lösungsverlauf für die zweite zeitoptimale Bahn $\phi_2 \to \phi_3$.

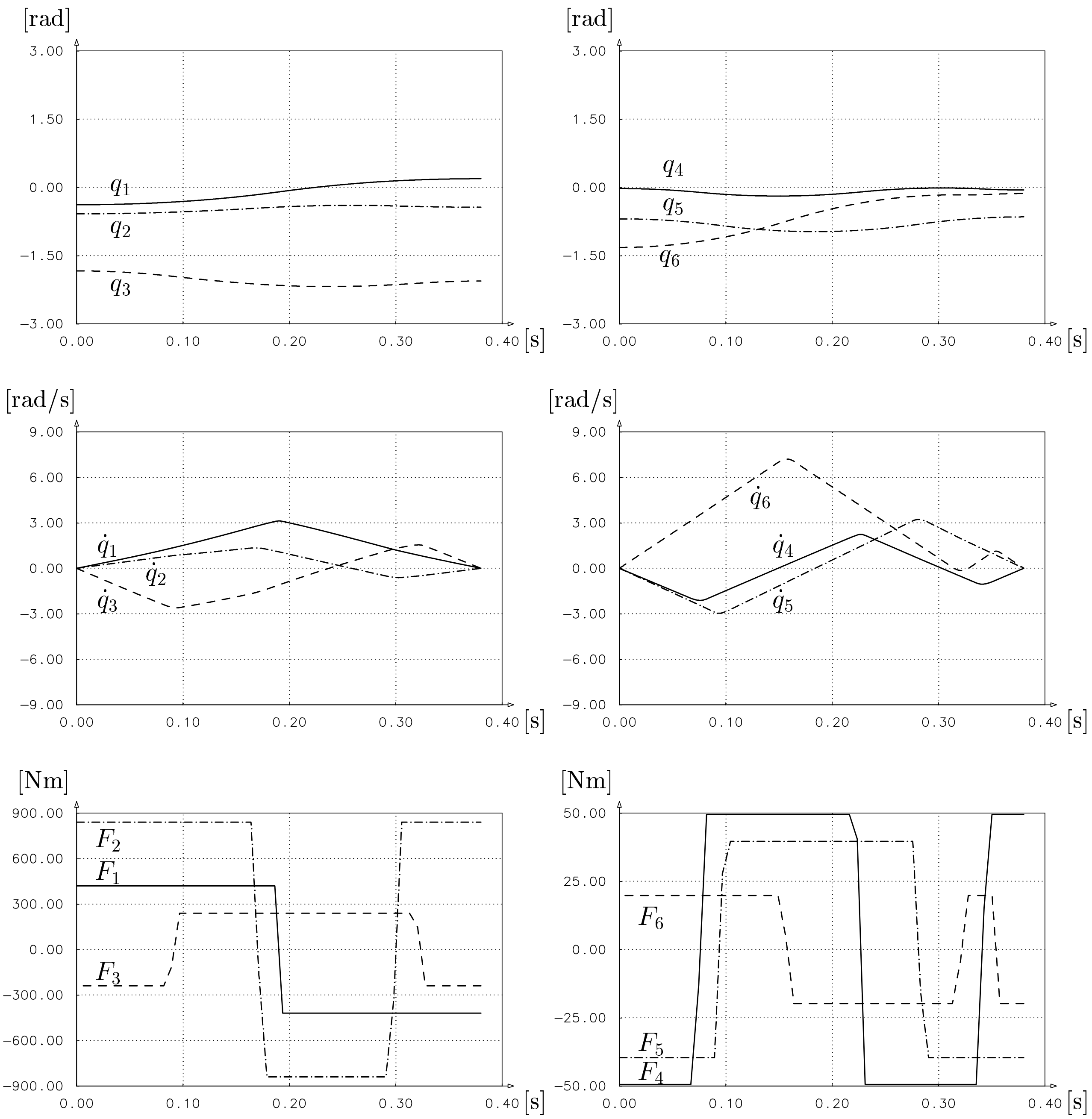


Abbildung 8.30: Lösungsverlauf für die dritte zeitoptimale Bahn $\phi_3 \rightarrow \phi_4$.

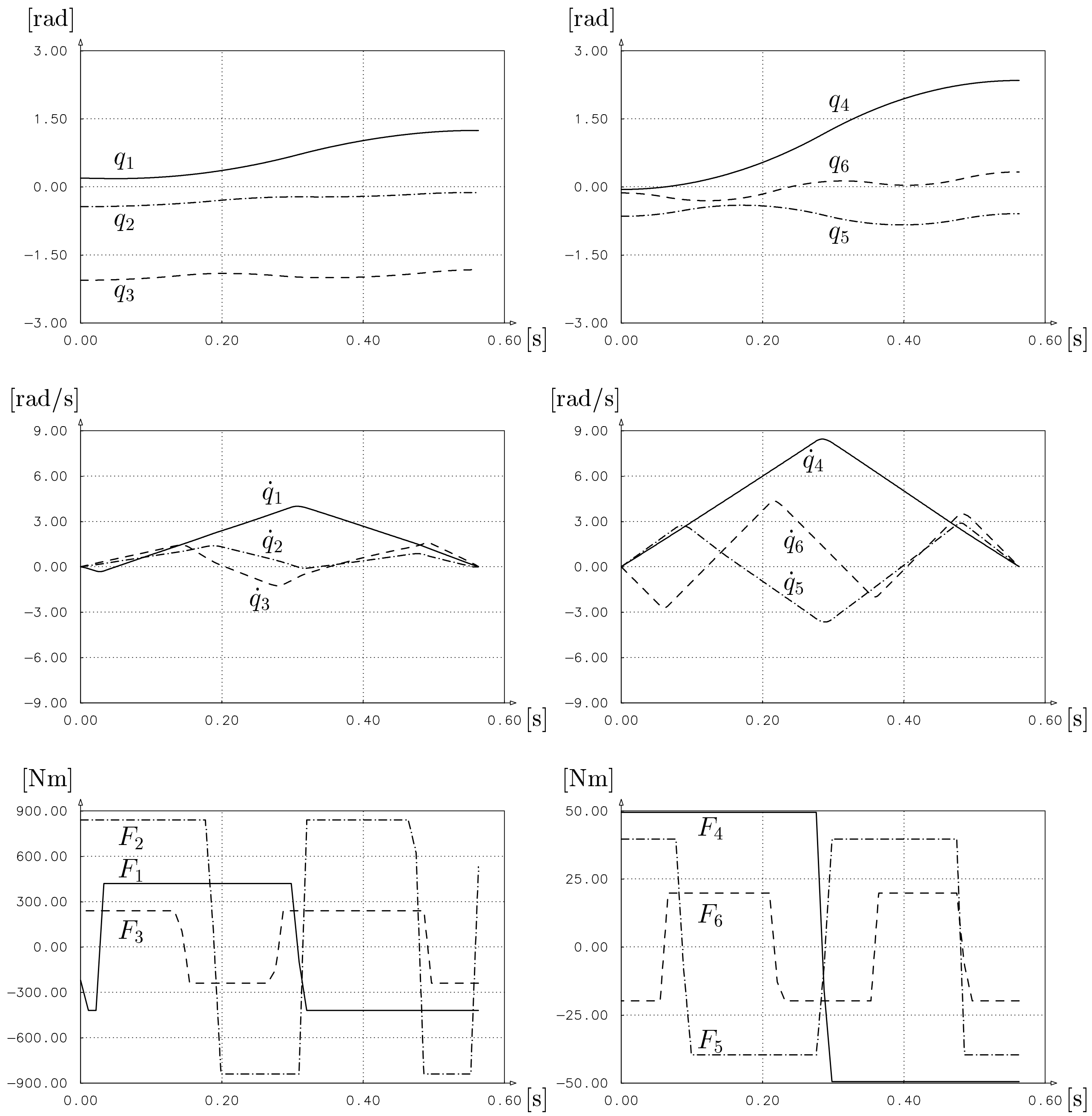


Abbildung 8.31: Lösungsverlauf für die vierte zeitoptimale Bahn $\phi_4 \to \phi_5$.

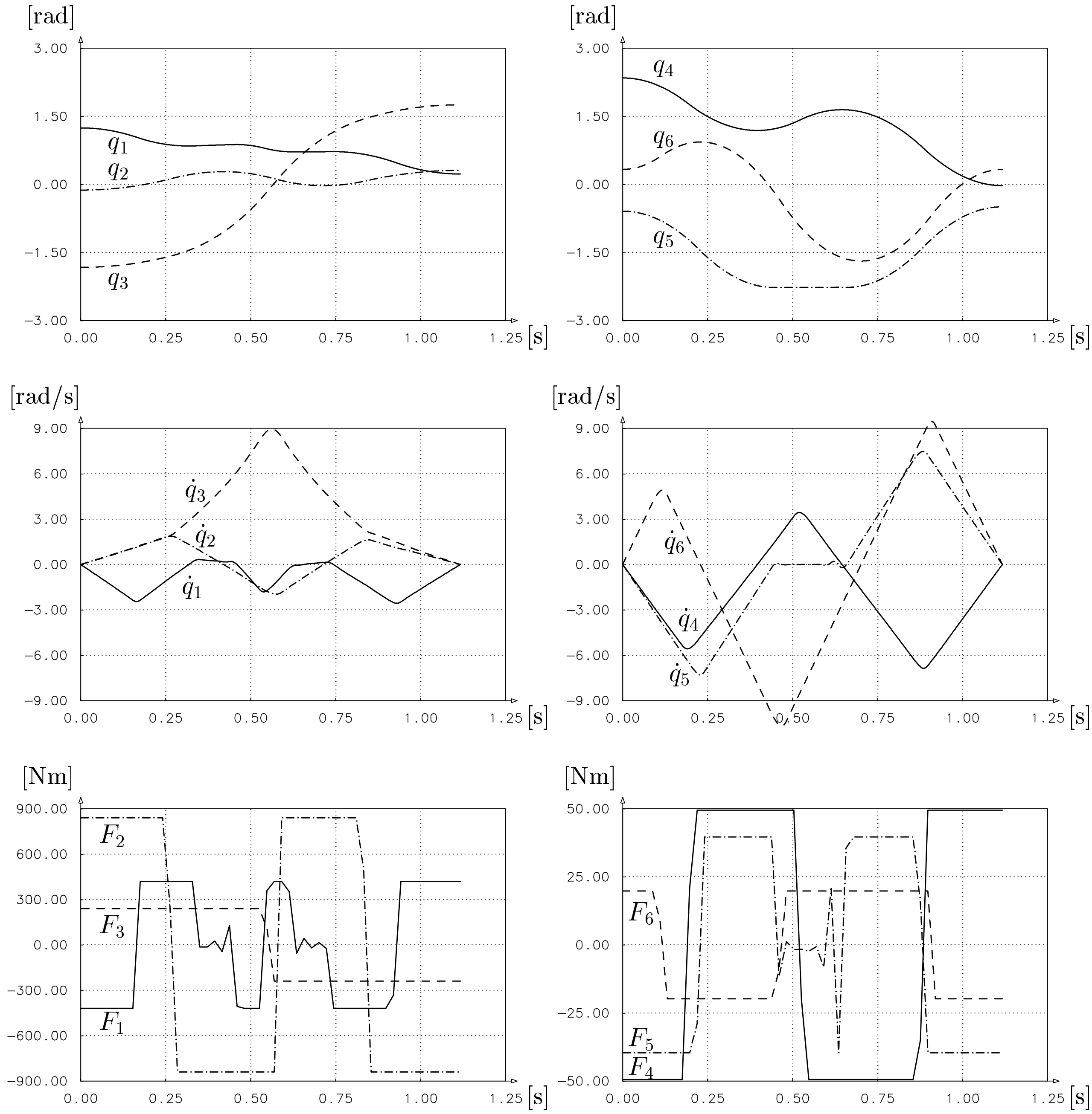


Abbildung 8.32: Lösungsverlauf für die fünfte zeitoptimale Bahn $\phi_5 \to \phi_1$.